

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

katedra elektroenergetiky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: **Gabriel Macek**

Studijní program: Elektrotechnika, energetika a management
Obor: Elektroenergetika

Název tématu: **Návrh kapalinového spouštěče pro atypický rozběh asynchronního motoru**

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznamte se z možnostmi regulace otáček asynchronního motoru.
- 2) Analyzujte požadavky plynoucí s charakteru poháněného zařízení.
- 3) Navrhněte kapalinový spouštěč pro zařízení uvedené v bodě 2.

Seznam odborné literatury:

- [1] Cigánek, L., Bauer, M., Elektrické stroje a přístroje, Praha 1955
- [2] Novotný, K., Teorie elektromagnetického pole I. Vyd. 2., Praha: Vydavatelství ČVUT, 2005, 187 s., ISBN 80-010-3226-4.
- [3] www.agros2d.org
- [4] Hradílek, Z., Lázničková, I. a KRÁL. Elektrotepelná technika. České vysoké učení technické v Praze., 2012, ISBN 978-80-01-04938-9.

Vedoucí: Ing. Lubomír Musálek

Platnost zadání: do konce letního semestru 2015/2016

L.S.

Ing. Jan Švec Ph.D.
vedoucí katedry

prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
děkan

V Praze dne 1. 4. 2015

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta elektrotechnická

Katedra elektroenergetiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

A0M15DIP

Návrh kapalinového spouštěče



2015

Gabriel MACEK

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne podpis

PODĚKOVÁNÍ

Úvodem bych chtěl poděkovat Ing. Lubomírovi Musálkovi za ochotu a vstřícnost při konzultacích a vedení diplomové práce.

ABSTRAKT

Diplomová práce řeší návrh kapalinového spouštěče pro řízení otáček kroužkového asynchronního motoru s nestandardně dlouhým rozběhem. V této práci je popsán výpočet odporu roztoku a výpočet tepelného modelu. K výpočtu je využito matematické metody konečných prvků, která je důkladně popsána.

ABSTRACT

The thesis solves design of liquid starter for regulation of induction slip ring motor for application with unusually long start time. The thesis explains principal of calculation of resistance of solution and calculation of heat transfer using Finit element method.

KLÍČOVÁ SLOVA

Kroužkový asynchronní motor, kapalinový spouštěč, metoda konečných prvků, odpor elektrolytu, tepelný model

KEY WORDS

Slip ring motor, liquid starter, finit element method, resistance of solution, mathematical model of heat transfer.

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

MACEK G., Návrh kapalinového spouštěče, Praha, ČVUT, 2015, 85 stran, Fakulta elektrotechnická.

Obsah

1.	Úvod	1
2.	Princip asynchronního motoru	2
2.1	Náhradní schéma a základní vztahy	2
2.2	Způsoby řízení asynchronních motorů	4
3.	Analytický způsob výpočtu odporu	7
3.1	Dvě soustředné elektrody bez dna	8
4.	Základní vztahy	9
4.1	Elektrostatické pole	9
4.2	Stacionární proudové pole	10
4.3	Teplotní pole	10
5.	Numerické řešení fyzikálních polí	12
5.1	Obecné řešení okrajových podmínek	13
5.2	Obecné řešení okrajového problému s přechodovými podmínkami	14
5.3	Princip metody konečných prvků	16
5.4	Okrajový problém skalární funkce pomocí metody konečných prvků s lineárními elementy	17
5.5	Program Agros 2D	22
6.	Poháněné zařízení	23
6.1	Provozní režim soustrojí	24
6.2	Parametry motoru	25
6.2.1	Momentová charakteristika motoru	26
6.3	Vlastnosti a parametry stávajícího spouštěče	29
6.3.1	Teplota kapalinového spouštěče	31
6.3.2	Měření odporu stávajícího spouštěče	31
7.	Požadavky na nový spouštěč	34
8.	Roztok	35
8.1	Měření vodivosti roztoku NaOH	35
9.	Typy konstrukcí kapalinových spouštěčů	38
10.	Měření na modelech	41
10.1	Výpočet v programu Agros 2D	42
10.1.1	Kvádrová nádoba	43
10.1.2	Trojúhelníková nádoba	45

10.1.3	Válcová nádoba	47
10.1.4	Soustředěné válcové elektrody	48
10.2	Zhodnocení	49
11.	Návrh nového spouštěče	50
11.1	Návrh geometrického uspořádání elektrod	50
11.1.1	Model v programu Agros 2D	52
11.1.2	Závislost odporu na ponoru a teplotě	52
11.2	Tepelný model	56
11.2.1	Časový průběh proudu	56
11.2.3	Tepelný model stávajícího spouštěče	60
11.2.4	Tepelný model nového spouštěče	62
11.3	Nákres geometrického uspořádání	65
12.	Závěr	66

Seznam použité literatury

Seznam příloh

1. ÚVOD

I v dnešní době, navzdory výraznému pokroku v oblasti polovodičových spínacích součástek a frekvenčních měničů, nachází své uplatnění regulace otáček s použitím kroužkového asynchronního motoru a rotorového spouštěče. Frekvenční měniče mají mnoho výhod, ale i přes klesající trend pořizovacích cen frekvenčních měničů, jsou frekvenční měniče velkých výkonů stále velmi finančně nákladné. Právě ekonomické důvody rozhodly při volbě pohonu poháněného soustrojí.

Tato diplomová práce se věnuje návrhu nového spouštěče namísto stávajícího nevyhovujícího kapalinového spouštěče, který slouží k regulaci otáček kroužkového asynchronního motoru o výkonu 500kW. Tento pohon je v provozu v této podobě již od roku 1962, kdy při volbě pohonu takového výkonu s regulací otáček prakticky nebyla žádná jiná možnost. Navzdory svému stáří je motor stále funkční, ale stávající kapalinový spouštěč již dosluhuje. Vzhledem k potřebě nového spouštěče byly také zváženy varianty, kdy by byl celý pohon včetně motorů nahrazen. Tyto varianty by ovšem byly velmi nákladné. Ne jen kvůli vysokým pořizovacím nákladům, ale i kvůli potřebě rozsáhlých zásahů do budovy a elektroinstalace.

Co je cílem práce

- navrhnout nový spouštěč tak, aby umožňoval tři starty motoru trvajících až 60min. přičemž mezi každým z nich bude pauza trvající 60 min.
- navrhnout vhodné geometrické uspořádání elektrod, které bude podepřeno výpočtem elektromagnetického pole
- návrh bude zahrnovat tepelný model, v případě potřeby bude navrženo potřebné chlazení

Co není cílem práce

- řešení detailů strojního konstrukčního provedení a výkresová dokumentace.

2. PRINCIP ASYNCHRONNÍHO MOTORU

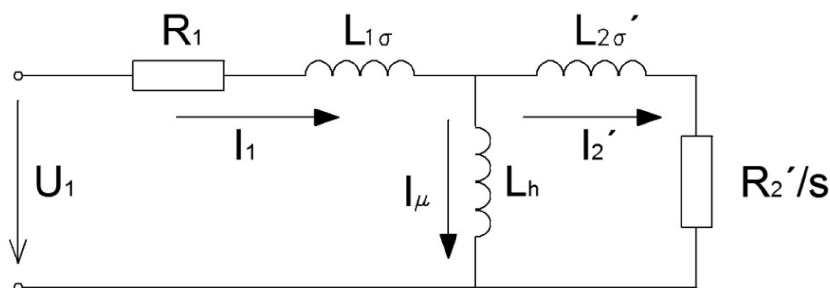
Stator 3f. asynchronního motoru (dále jen ASM) je tvořen vinutím v zapojení a prostorovém uspořádání, které při napájení souměrnou soustavou trojfázového proudu vytváří točivé magnetické pole.

Rotor ASM bývá dvojího provedení. Buď je rotor tvořen klecí nakrátko, nebo je vinutý, jako je tomu v tomto případě.

Výkon do rotoru je přenášen magnetickou indukcí. Pokud se relativní rychlost rotoru a točivého magnetického pole statoru liší, indukuje se do vinutí rotoru elektromotorická síla a protéká jím proud. Působením točivého magnetického pole na vodiče rotoru, kterými protéká proud, tím vzniká točivý moment, který otáčí rotorem ve směru točivého magnetického pole. Za běžného chodu se vždy liší rychlost točivého magnetického pole statoru a relativní rychlost rotoru. Rozdíl těchto rychlostí je nazýván skluz.

2.1 NÁHRADNÍ SCHÉMA A ZÁKLADNÍ VZTAHY

Charakteristické vlastnosti ASM motoru a základní vztahy jsou popsány z náhradního schématu, dle [5, s. 75] a [1].



obr. 1 Náhradní schéma asynchronního motoru

V náhradním schématu asynchronního motoru s rotorem nakrátko zavádíme rozptylové indukčnosti $L_{\sigma 1}$ a $L_{\sigma 2}$ a hlavní indukčnost L_h , které přepočítáváme na reaktance $X = \omega L$, dále pak odpor vinutí statoru R_1 , odpor vinutí rotoru a odpor připojovaný na kroužky rotoru R_2 . Rotorové veličiny jsou přepočteny na stator. Pokud je stroj napájen sinusovým napětím, můžeme napětí statoru a rotoru popsat vztahy:

$$\vec{U}_1 = R_1 \vec{I}_1 + j X_{1\sigma} \vec{I}_1 + U_{i1} \quad \vec{U}_{i2} = R_2 \vec{I}_2 + j X_{2\sigma} \vec{I}_2 + \vec{U}_2 \quad (1)$$

Indukovaná napětí U_{i1} a U_{i2} jsou vyjádřena:

$$\vec{U}_{i1} = 4,44\Phi_{\mu}f_1N_1k_{v1} \quad \vec{U}_{i2} = 4,44\Phi_{\mu}f_1N_2k_{v2}, \quad (2)$$

kde Φ je magnetický tok, N je počet závitů a k_v jsou činitele vinutí respektující rozložení vinutí statoru a rotoru. Napětí U_2 je napětí na kroužcích, na nichž je připojen odporový spouštěč. Jelikož je spouštěcí odpor zařazen do série s odporem vinutí můžeme odpor R_2 považovat za odpor rotorového vinutí i spouštěcího odporu.

Při rozběhu motoru roste úhlová rychlost rotoru ω_2 , klesá kmitočet indukovaného napětí do rotoru f_s a skluzový kmitočet ω_s . Úpravou předchozí rovnice lze indukované napětí rotoru zapsat:

$$\vec{U}_{i2} = \frac{1}{s} \cdot (R_2 + R_s) \cdot \vec{I}_2 + j \cdot X_{2\sigma} \cdot \vec{I}_2 \quad (3)$$

Tento vztah lze zapsat stejně i v přepočtených veličinách:

$$\vec{U}_{i2}' = \frac{1}{s} \cdot (R_2' + R_s) \cdot \vec{I}_2' + j \cdot X_{2\sigma}' \cdot \vec{I}_2' \quad (4)$$

Z čehož plyne:

$$\frac{R_2'}{s} = R_2' + \frac{1-s}{s} R_2' \quad \frac{U_2'}{s} = U_2' + \frac{1-s}{s} U_2' \quad (5)$$

Výkon P_{δ} je výkon přenesený vzduchovou mezerou mezi státorem a rotorem můžeme zapsat:

$$P_{\delta} = P_{1p} - (\Delta P_{Fe1} + \Delta P_{j1} + \Delta P_{p1}), \quad (6)$$

kde P_{1p} je příkon odebíraný ze sítě, P_{Fe1} jsou ztráty v železe statoru, P_{j1} jsou joulovy ztráty ve vinutí statoru a P_{p1} jsou přídavné ztráty v statoru.

Výkon ve vzduchové mezeře P_{δ} se rozdělí na elektromagnetický výkon P_{me} a P_{j2} tj., joulovy ztráty ve vinutí rotoru a spouštěcím odporu.

$$P_{\delta} = P_{me} + \Delta P_{j2} = P_{me} + P_{el} \quad (7)$$

Z předchozí rovnice si můžeme vyjádřit mechanický výkon na hřídeli:

$$P_{me} = P_{\delta} - P_{el} = P_{\delta} - s \cdot P_{\delta} = P_{\delta}(1-s) \quad (8)$$

Celkový výkon přenesený vzduchovou mezerou:

$$P_{\delta} = m_2 R_2 I_2^2 + m_2 I_2^2 R_2 \left(\frac{1-s}{s} \right) = \frac{m_2 I_2^2 R_2}{s} = \frac{m_1 I_2' R_2'}{s} \quad (9)$$

Dosazením do vztahu $P = M \cdot \omega$ můžeme vyjádřit moment ASM:

$$M = \frac{m_1}{\omega_1} \cdot \frac{R_2'}{s} \cdot I_2'^2 = \frac{m_1}{\omega_1} \cdot \frac{R_2'}{s} \cdot I_2'^2 \quad (10)$$

2.2 ZPŮSOBY ŘÍZENÍ ASYNCHRONNÍCH MOTORŮ

Obecně lze řízení otáček ASM uskutečnit změnou veličin těchto veličin: f_1 , p_p , s , jak je patrné z následující rovnice.

$$\omega = \omega_1 \cdot (1-s) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{60 \cdot f_1}{p_p} \cdot (1-s) \quad (11)$$

kde ω je úhlová rychlost rotoru, ω_1 je úhlová rychlost točivého magnetického pole, s je skluz, f_1 je frekvence napájecího napětí statoru a p_p je počet pólů statoru [5, s. 76].

Řízení ASM změnou počtu pólů se týká speciálních motorů s dvojitým vinutím. Tyto motory umožňují za chodu přepojit zapojení cívek statoru a změnit tak počet pólů stroje. Jedná se však o skokovou změnu otáček, nikoliv o plynulou regulaci. Takové motory mají v poměru k výkonu větší rozměry a hmotnost, protože pracuje vždy jen jedno ze dvou vinutí.

V dnešní době hojně používaná metoda regulace otáček ASM probíhá změnou napájecí frekvence. K tomu je zapotřebí frekvenční měnič, který umožňuje generování požadovaného napětí a frekvence. Výhodou tohoto typu pohonu je použití jednoduchého, spolehlivého, a levného ASM s kotvou nakrátko, na druhou stranu cena frekvenčního měniče často několikanásobně převyšuje cenu samotného motoru.

Poslední způsob řízení ASM je uskutečňován změnou skluzu. Tento způsob regulace otáček umožňuje pouze kroužkový ASM. Změna skluzu motoru je prováděna zařazováním odporu do obvodu rotoru zapojeného do hvězdy. Zařazováním odporu do obvodu rotoru při rozběhu můžeme omezit proud motoru a získat větší záběrný moment, což je dobře patrné

z momentové charakteristiky ASM. Momentová charakteristika motoru je dána úpravou rovnice č. 10:

$$M = \frac{m_1}{\omega_1} \cdot \frac{R_2'}{s} \cdot I_2'^2 = \frac{m_1}{\omega_{1m}} \cdot \frac{R_2'}{s} \cdot I_2'^2 \quad (12)$$

Hodnotu přepočteného rotorového proudu I_2' dostaneme ze vztahu plynoucího ze zjednodušeného náhradního schématu:

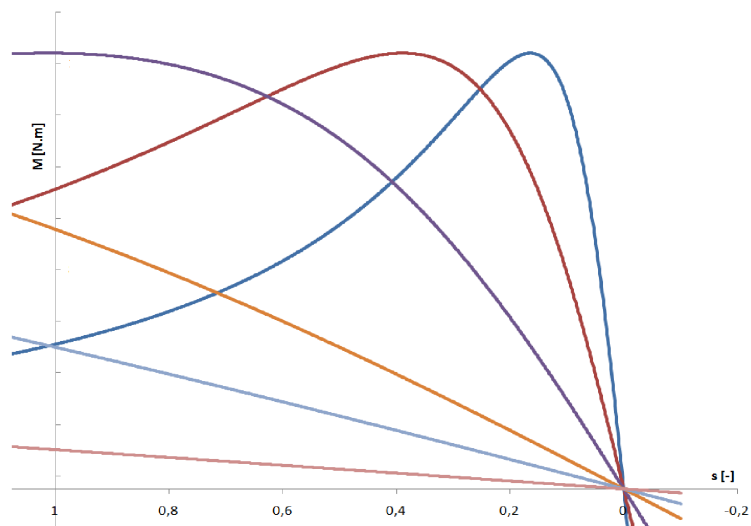
$$I_2' = \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + \frac{R_2'}{s})^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')^2}} \quad (13)$$

dosazením do rovnice 12 dostáváme výsledný moment:

$$M = \frac{3}{\omega_{1m}} \cdot \frac{R_2'}{s} \cdot \frac{U_1^2}{(R_1 + C_1 \cdot \frac{R_2'}{s})^2 + (X_{1\sigma} + C_1 \cdot X_{2\sigma}')^2}, \quad (14)$$

kde C_1 je komplexní činitel rozptylu. Tento vzorec je odvozen ze zjednodušeného náhradního schématu z [5, s. 83].

Se zvětšující hodnotou zařazeného odporu se posouvá vrchol momentové charakteristiky, tzv. „moment zvratu“ až k nulovým otáčkám, kdy je skluz roven jedné.



obr. 2 Momentová charakteristika asynchronního motoru

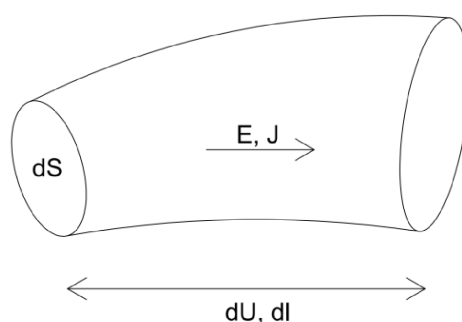
Regulace otáček probíhá sklopením momentové charakteristiky, čímž se posouvá průsečík momentové charakteristiky motoru a zátěže. Tím se mění i otáčky soustrojí. Výhodou tohoto

typu pohonu je levný a snadný způsob regulace motoru. Nevýhodou ovšem je použití konstrukčně složitějšího a dražšího kroužkového motoru. Krom toho je při rozběhu pohonu značná část energie mařena přeměnou na teplo v odporovém spouštěči.

3. ANALYTICKÝ ZPŮSOB VÝPOČTU ODPORU

K výpočtu odporu spouštěče při daném geometrickém uspořádání zemních a fázových elektrod je potřeba začít Ohmovým zákonem a definicí elektrického odporu, dle [2, s. 86].

Elektrický odpor je ohmovým zákonem definován: $R = \frac{U}{I}$. Budeme-li uvažovat element proudové trubice v homogenním materiálu s vodivostí σ podle obr. 3, kterou teče proud s proudovou hustotou J , ve směru elektrického pole o intenzitě E , pak má tato trubice na úseku $d\vec{l}$ odpor dR .



obr. 3 Proudová trubice

element odporu dR proudové trubice můžeme zapsat:

$$dR = \frac{dU}{dI} \quad (15)$$

za dU a dI můžeme dosadit: $dU = E \cdot d\vec{l}$ a za $dI = J \cdot d\vec{S}$:

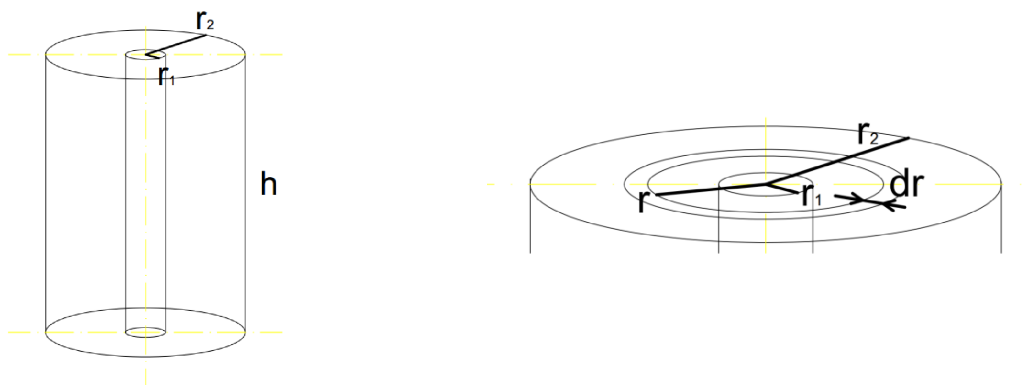
$$dR = \frac{\vec{E} \cdot d\vec{l}}{\vec{J} \cdot d\vec{S}} \quad (16)$$

dosazením ohmova zákona v diferenciálním tvaru: $J = \sigma \cdot E$ dostaneme:

$$dR = \frac{\vec{E} \cdot d\vec{l}}{\vec{E} \cdot \sigma \cdot d\vec{S}} = \frac{d\vec{l}}{\sigma \cdot d\vec{S}} \Rightarrow R = \int_0^l \frac{d\vec{l}}{\sigma \cdot d\vec{S}} \quad (17)$$

3.1 DVĚ SOUSTŘEDNÉ ELEKTRODY BEZ DNA

Výpočet klasickou integrační cestou je možné ukázat na dvou soustředných elektrodách. Jak je znázorněno na následujícím obrázku.



obr. 4 Válcové elektrody

kde r_1 je poloměr vnitřní válcové elektrody, r_2 je poloměr vnější válcové elektrody. Elektrody mají shodnou výšku h a prostor mezi nimi je zcela vyplněn elektrolytem o vodivosti σ .

Použijeme odvozený vztah 17:

$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\sigma \cdot dS} \quad (18)$$

kde element povrchu snadno vypočteme $dS = 2\pi \cdot r \cdot h$

$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{2\pi \cdot r \cdot h \cdot \sigma} = \frac{1}{2\pi \cdot h \cdot \sigma} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr = \frac{1}{2\pi \cdot h \cdot \sigma} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (19)$$

"Při výpočtu odporu v prostorově složitějších proudových polích, musíme obvykle prostor rozdělit na elementární proudové trubice a ty ještě někdy na podélné elementy." [2, s. 87]. K tomu je zapotřebí vyšetřit elektrické a proudové pole v prostoru mezi elektrodami. Způsob numerického vyšetřování těchto polí bude vysvětlen v následujících kapitolách.

4. ZÁKLADNÍ VZTAHY

Při výpočtech odporu spouštěče budeme využívat zákony pro elektrostatické a proudové stacionární pole [2, s. 64].

4.1 ELEKTROSTATICKÉ POLE

Elektrostatické pole je popsáno Maxwellovými rovnicemi, kde derivace veličin podle času jsou rovny nule.

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \text{rot} \vec{E} = 0 \quad (20)$$

$$\oiint_s \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \Rightarrow \text{div} \vec{D} = \sigma \quad (21)$$

Příčemž vektor intenzity elektrického pole E můžeme vyjádřit:

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi \quad (22)$$

kde φ je elektrický potenciál, tedy skalár jenž je funkcí polohy. Tato funkce musí být spojitá a diferencovatelná v celé vyšetřované oblasti.

Dosazením rov. 22 do rov. 21 dostaneme:

$$\text{div} \varepsilon \cdot \text{grad} \varphi = -\rho \quad (23)$$

Tato rovnice je základní rovnice elektrostatického pole. V izotropním prostředí, kde parametry prostředí jsou nezávislé na směru pole, tedy když permitivita je konstantní, může tato rovnice být zapsána jako **Poissonova rovnice**:

$$\Delta \varphi = \frac{-\rho}{\varepsilon} \quad (24)$$

V oblasti bez prostorového náboje se pravá strana rovná nule, čímž dostáváme **Laplaceovu rovnici**:

$$\Delta \varphi = 0 \quad (25)$$

4.2 STACIONÁRNÍ PROUDOVÉ POLE

Stacionární proudové pole je popsáno pomocí rovnice kontinuity:

$$\operatorname{div}\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \quad (26)$$

Pro proudovou hustotu stacionárního pole platí:

$$\operatorname{div}\vec{J} = 0 \quad (27)$$

Dosazením ohmova zákona v diferenciálním tvaru:

$$\vec{J} = \gamma \cdot \vec{E} \quad (28)$$

Dosazením rovnice 28 do rovnice 27 dostaneme základní rovnici stacionárního proudového pole:

$$-\operatorname{div}(\gamma \cdot \operatorname{grad}\varphi) = 0 \quad (29)$$

4.3. TEPLOTNÍ POLE

Jestliže přiložíme napětí k elektrodám spouštěče, bude elektrolytem mezi elektrodami procházet elektrický proud a elektrolyt se bude zahřívat. Elektrolyt se bude ve svém objemu nestejně ohřívat, čímž bude mezi jednotlivými elementy vznikat gradient teploty a bude probíhat sdílení tepla vedením (kondukcí) a prouděním (konvekcí). Na povrchu ohřáté nádoby spouštěče bude probíhat sdílení tepla s okolím především prouděním a zářením. V malé míře i vedením, neboť dno nádoby se bude dotýkat podlahy. Použité vztahy jsou převzaty z [6].

Sdílení tepla vedením

Sdílení tepla vedením probíhá difuzí částic proti gradientu hustoty energie. Základním vztahem pro sdílení tepla vedením je Fourierův vztah:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \operatorname{grad}(T) \quad (30)$$

kde q je vektor tepelného toku plochou, ve které dochází ke styku a probíhá vedení tepla, λ je tepelná vodivost a T je teplota. Tepelná vodivost λ je závislá na druhu látky, teplotě, tlaku, vlhkosti a struktuře látky.

Sdílení tepla prouděním

Sdílení tepla může probíhat nuceně nebo samovolně. V prvním případě k výměně dochází kvůli vnějšímu zdroji proudění. V druhém případě dochází k přirozené konvekci vlivem rozdílných hodnot teploty a tedy i hustoty v objemu kapaliny. K výměně tepla dochází přesunem a mísením tekutiny, na kterou je vázána tepelná energie. Takto předané teplo lze popsat rovnicí:

$$Q = \alpha \cdot S \cdot \Delta T \quad (31)$$

kde α je koeficient přestupu tepla a S je plocha kde výměně dochází.

Sdílení tepla zářením

Každé těleso nepřetržitě sálá, ale i pohlcuje energii vyzařovanou z okolních těles. Míra vyzařované energie závisí na teplotě tělesa. Sdílení tepla zářením je popsáno Stephan-Boltzmannovým zákonem:

$$Q = \sigma \cdot \varepsilon \cdot (T^4 - T_{okolí}^4) \quad (32)$$

kde σ je Stephan-Boltzmannova konstanta a ε je emisivita vyzařujícího tělesa.

Teplotní pole

Teplotní pole je popsáno obecnou Fourier-Kirchhoffovou rovnicí:

$$\operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad}(T)) = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \cdot c \cdot \vec{v} \cdot \operatorname{grad}(T) + \lambda \cdot \tau_r \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} - p \quad (33)$$

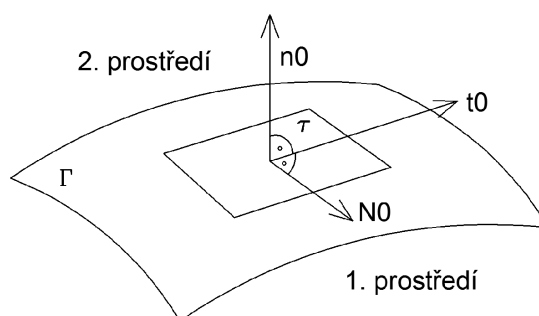
kde p je měrný dodávaný výkon (W/m^3), v je rychlost pohybu, τ je koeficient respektující konečnou rychlost šíření tepla (s^2/m^2). Předpokládejme, že roztok není v pohybu a lze říci, že teplota se s časem mění poměrně pomalu, proto můžeme v předchozí rovnici zanedbat některé členy, čímž po úpravě dostaneme vztah:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad}(T)) = Q \quad (34)$$

5. NUMERICKÉ ŘEŠENÍ FYZIKÁLNÍCH POLÍ

Při numerickém řešení fyzikálních polí je vždy třeba nejprve stanovit okrajové podmínky. Tyto podmínky je třeba stanovit na hranicích objektů, uvnitř zkoumaného prostoru.

Uvažujme obecnou plochu Γ jenž je rozhraním dvou prostředí. Na této ploše si zvolíme bod B , v němž existují navzájem kolmé tečny $t0$, $N0$, ležící v rovině τ . Tato rovina má normálu $n0$ s jednotkovou velikostí, dle obrázku.



obr. 5 Rozhraní dvou prostředí

Na rozhraní dvou různých prostředí s různými konduktivitami a permitivitami (vodič-isolant, vodič-vodič) dochází ke změnám hodnot vektorových veličin E , B , H , D elektromagnetického pole. Z Maxwellových rovnic a rovnice kontinuity můžeme stanovit podmínky pro hranici těchto dvou prostředí, které jsou uvedeny v [2, s. 91].

1. podmínka: $J_{2n} = J_{1n}$ vychází z rovnice kontinuity a faktu, že pole proudové hustoty je nezářivové.

2. podmínka: $E_{1t} = E_{2t}$ pro stacionární proudové pole je stejná jako v elektrostatickém poli, kde platí $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ tedy, že pole je nevírové.

3. podmínka: $D_{2n} - D_{1n} = \sigma$ vyháží z faktu, že zdrojem vektoru elektrické indukce jsou volné nosiče náboje. Obě rozhraní se liší právě konduktivitou a permitivitou, tedy množstvím volných nábojů. Proto neplatí rovnost normálových složek vektorů el. indukce. Jejich rozdíl naopak udává plošnou hustotu náboje na rozhraní.

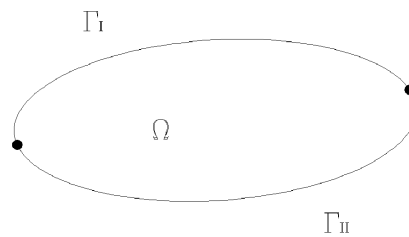
4. podmínka: $B_{2n} = B_{1n}$ plyne z Maxwellovy rovnice $\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ a z "nezřídlovosti"

magnetického pole

5. podmínka: $H_{2t} - H_{1t} = K_N$, kde K_N je hustota plošného proudu v bodě B. Vztah tečných složek intenzity magnetického pole je odvozen z Ampérovy rovnice $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$

5.1 OBECNÉ ŘEŠENÍ OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

Budeme-li uvažovat obecnou oblast Ω s hranicí Γ , která má dvě části Γ_I a Γ_{II} .



obr. 6 Obecná oblast Ω

pak můžeme uvnitř oblasti popsat hodnoty neznámé funkce $u(x, y, z)$:

$$-\operatorname{div}(p \cdot \operatorname{grad}(u)) = f, \quad (35)$$

kde p je kladná konstanta nebo funkce souřadnic nebo funkce proměnné $|\operatorname{grad} u|$, f je daná konstanta nebo funkce souřadnic definovaná na Ω a f je daná funkce definovaná na Γ_{II} . Podmínky na hranici Γ_I .

$$u = g_I \text{ na } \Gamma_I \quad (36)$$

$$-p \frac{\partial u}{\partial n} = g_{II} \text{ na } \Gamma_{II} \quad (37)$$

kde derivace $\frac{\partial u}{\partial n}$ je ve směru vnější normály k Γ_{II} .

Potenciál ve stacionárních polích je dán diferenciálními parciálními rovnicemi na částech hranice Γ_I a Γ_{II} . Na hranici Γ jsou dány Dirichletovy a Neumannovy okrajové podmínky:

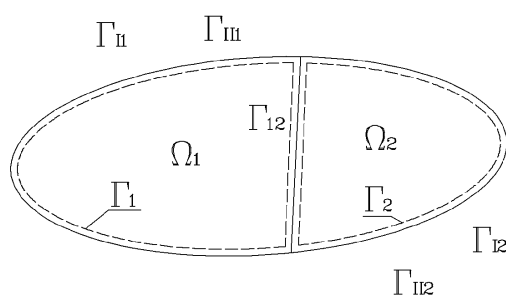
Dirichletova podmínka je známá hodnota potenciálu na Γ_I , např.: pevně daná hodnota el. potenciálu, mag. potenciálu, teploty atd.

Neumannova podmínka udává hodnoty derivací ve směru normály na Γ_{II} . Může být buď homogenní, např.: hranice Γ_{II} tvořící vnitřní povrch vodiče, nebo nehomogenní podmínka např.: osy symetrie.

Pro nenulové Γ_I a Γ_{II} platí, že $\Gamma = \Gamma_I \cup \Gamma_{II}$, tedy že okrajové podmínky jsou smíšené.

5.2 OBECNÉ ŘEŠENÍ OKRAJOVÉHO PROBLÉMU S PŘECHODOVÝMI PODMÍNKAMI

Při vyšetřování oblasti Ω je třeba danou oblast rozdělit na i podoblastí na jejichž rozhraní platí přechodové podmínky. Budeme uvažovat stejnou oblast Ω s hranicí $\partial\Omega = \Gamma$. Oblast Ω rozdělíme na podoblasti Ω_i ($i = 1, 2, \dots, m$) s hranicemi $\partial\Omega_i = \Gamma_i$ a hranice podoblastí označíme Γ_{ij} .



obr. 7 Oblast Ω rozdělená na dvě podoblasti s přechodovými podmínkami

Pro problém s přechodovými podmínkami na rozhraní oblasti Ω_i platí:

$$-\operatorname{div}(p_i \cdot \operatorname{grad}(u_i)) = f_i \text{ na } \Omega_i \quad (38)$$

$$u_i = g_{i1} \text{ na } \Gamma_i \cap \Gamma_I \quad (39)$$

$$-p_i \frac{\partial u_i}{\partial n} = g_{iII} \text{ na } \Gamma_i \cap \Gamma_{II} \quad (40)$$

$$u_i = u_j \text{ na } \Gamma_{ij} \quad (41)$$

$$p_i \frac{\partial u_i}{\partial n} = p_j \frac{\partial u_j}{\partial n} \text{ na } \Gamma_{ij} \quad (42)$$

přičemž u_i je hledaná funkce na oblasti Ω_i , p je kladná konstanta nebo funkce souřadnic nebo funkce proměnné $|\operatorname{grad} u_i|$, f_i je daná konstanta nebo funkce souřadnic definovaná na Ω_i , g_{i1} jsou

funkce definované na $\Gamma_i \cap \Gamma_I$, g_{II} jsou funkce definované na $\Gamma_i \cap \Gamma_{II}$ a f_i je daná funkce nebo konstanta definovaná na Ω_i . Derivace $\frac{\partial u}{\partial n}$ na $\Gamma_i \cap \Gamma_{II}$ je ve směru vnější normály k Γ_{II} .

ELEKTROSTATICKÉ POLE

Potenciál elektrického pole je popsán rovnicí: $\text{div} \varepsilon \cdot \text{grad} \varphi = -\rho$. Na hranicích všech elementů je elektrický potenciál popsán některou z těchto podmínek:

1. Dirichletova podmínka pro hranici Γ_I , kde je znám potenciál elektrostatického pole:

$$g_I = \varphi \quad (43)$$

2. Neumannova podmínka: pro hranici Γ_{II} , kde je potenciál elektrického pole dán permitivitou prostředí a normálovou hodnotou vektoru elektrické indukce:

$$D_n = \vec{n}_0 \cdot \vec{D} = -\varepsilon \cdot \vec{n}_0 \cdot \text{grad} \varphi = -\varepsilon \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial n} \quad (44)$$

STACIONÁRNÍ PROUDOVÉ POLE

Potenciál stacionárního proudového pole je popsán rovnicí: $-\text{div} \gamma \cdot \text{grad} \varphi = \rho_{vt}$. Na hranicích všech elementů je proudová hustota popsána některou z těchto podmínek:

1. Dirichletova podmínka, na hranici Γ_I , kde je známa hodnota proudové hustoty:

$$g_I = \varphi \quad (45)$$

2. Neumannova podmínka na hranici Γ_{II} , kde je proudová hustota dána hodnotou normálové intenzity elektrického pole a vodivosti vyšetřovaného elementu, kde:

$$J_n - J_n^{vt} = \gamma \cdot E_n = \gamma \vec{n}_0 \cdot E = -\gamma \cdot \vec{n}_0 \cdot \text{grad} \varphi = -\gamma \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial n} \quad (46)$$

TEPLOTNÍ POLE

Potenciál teplotního pole je dán Fourier - Kirchhoffovou rovnicí (rov. 33). Na hranicích všech elementů je teplota dána některou z těchto podmínek:

1. Dirichletova podmínka, kde na hranici Γ_I , kde je v čase t známa teplota T :

$$T(\Gamma_I, t) = T_\Gamma(\Gamma_I, t) \quad (47)$$

2. Neumannova podmínka, kde na hranici Γ_{II} dochází k přestupu tepla mezi jednotlivými vnitřními elementy vyšetřované oblasti:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = q_n \quad (48)$$

přičemž $q_n(T, T, t)$ je hustota tepelného toku (W/m^2).

3. Newtonova podmínka pro konvekci:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha \cdot (T - T_{ext}) \quad (49)$$

kde $\alpha(\Gamma, T, t)$ je součinitel přestupu tepla z jednoho prostředí do druhého ($W/(m^2 \cdot K)$).

4. Podmínka pro radiaci, vycházející ze Stefan-Boltzmannova zákona:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \varepsilon C \cdot (T^4 - T_{ext}^4) \quad (50)$$

5.3 PRINCIP METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

Klasické analytické řešení je možné použít jen u velmi jednoduchých polí s homogenním a lineárním prostředím pro případy velmi jednoduchých uspořádání (náboj nad nekonečnou rovinou, koaxiální elektrody atpod). V praxi často potřebujeme řešit pole mezi elektrodami se složitými okrajovými podmínkami, které mnohdy i přes značná zjednodušení lze analyticky jen velmi těžko řešit. Proto je potřeba využít některé z numerických metod. V našich výpočtech budeme využívat metody konečných prvků (dále MKP), anglicky: "finit element method (FEM)".

MKP bude ukázána při řešení rovinného okrajového problému na oblasti Ω s hranicí $\Gamma = \Gamma_I + \Gamma_{II}$ pro případ ukázaný na obrázku 6. Podmínky na dané oblasti jsou:

$$-\operatorname{div}(p \cdot \operatorname{grad}(u)) = f \quad (51)$$

$$u = g_I \text{ na } \Gamma_I \quad (52)$$

$$-p \frac{\partial u}{\partial n} = g_{II} \text{ na } \Gamma_{II} \quad (53)$$

rovnici (51) vynásobíme funkcí $v = \delta u$, pro kterou na oblasti Γ_I platí, že $v = 0$. Obě strany rovnice pak integrujeme přes oblast Ω .

$$\int_{\Omega} -\operatorname{div}(p \cdot \operatorname{grad}(u)) \cdot v \, d|\Omega| = \int_{\Omega} f \cdot v \, d|\Omega| \quad (54)$$

užitím Greenovy věty upravíme levou stranu na :

$$\int_{\Omega} -\operatorname{div}(p \cdot \operatorname{grad}(u)) \cdot v \, d|\Omega| = \int_{\Omega} p \cdot \operatorname{grad}(u) \cdot \operatorname{grad}(v) \, d|\Omega| - \int_{\Gamma_{II}} p \frac{\partial u}{\partial n} \cdot v \, d|\Gamma| \quad (55)$$

vzhledem k tomu, že vycházíme z toho, že $v = 0$ na Γ_I , pak stačí integrovat přes oblast Γ_{II} . Necht' funkce u na Γ_I splňuje podmínku, že $u = g_I = 0$ na Γ_{II} platí integrální podmínka v rovnici (53), pak takovou funkci u nazýváme **slabým řešením** okrajového problému. Slabé řešení lze zapsat ve variačním tvaru $\delta F(u, v) = 0$, kde $\delta F(u, v)$ je variace **funkcionálu** $F(w)$ ve tvaru:

$$F(w) = \int_{\Omega} \left[\int_0^T p(\tau) \tau \, d\tau \right] d|\Omega| - \int_{\Omega} f \cdot w \, d\Omega + \int_{\Gamma_{II}} g_{II} \cdot w \, d|\Gamma| \quad (56)$$

Pro $p = \text{konst.}$ jde o kvadratický funkcionál ve tvaru:

$$F(w) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} p \cdot |\operatorname{grad}(w)|^2 \, d|\Omega| - \int_{\Omega} f \cdot w \, d\Omega + \int_{\Gamma_{II}} g_{II} \cdot w \, d|\Gamma| \quad (57)$$

Rovnice (56) a (57) mají právě jedno minimum, jenž je slabým řešením okrajového problému.

5.4 OKRAJOVÝ PROBLÉM SKALÁRNÍ FUNKCE POMOCÍ METODY KONEČNÝCH PRVKŮ S LINEÁRNÍMI ELEMENTY

Pro rovinný případ s výchozími okrajovými podmínkami jež jsou dány rovnicemi (51, 52, 53) pro konstantní p řešíme Poissonovu rovnici ve tvaru:

$$p \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = -f \quad \text{na } \Omega \quad (58)$$

$$u = g_I \quad \text{na } \Gamma_I \quad (59)$$

$$-p \frac{\partial u}{\partial n} = g_{II} \text{ na } \Gamma_{II} \quad (60)$$

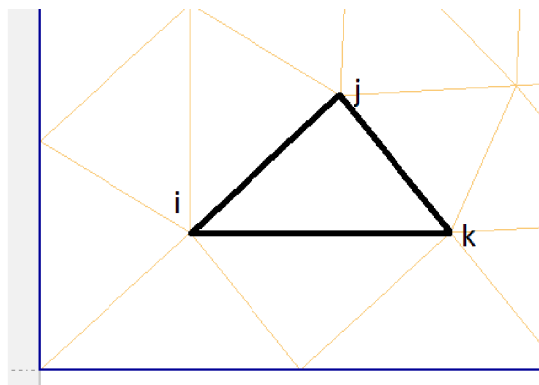
1. Při řešení reálné oblasti Ω si ji nejdříve rozdělíme trojúhelníkovou sítí na podoblasti Ω^e (konečné prvky). Trojúhelníková síť musí být zvolena tak, že libovolné dva trojúhelníky spolu mají společnou jen jednu stranu, jeden roh nebo nic pokud spolu nesousedí. Dále žádný z trojúhelníků nesmí protínat hranici dvou prostředí.

2. V oblasti Ω , kterou jsme rozdělili na trojúhelníky zavedeme souřadnou soustavu a každému vrcholu trojúhelníku přiřadíme jeho souřadnice. Dále si zvolíme řád polynomu funkce $u^e = P^e(x,y)$, jímž budeme aproximovat v Ω^e hledanou funkci u . Přičemž funkční hodnoty funkce u a její parciální derivace podle souřadnic v uzlových bodech musí být jednoznačně určena aproximační funkce u^e .

3. V celé oblasti Ω aproximujeme hledanou funkci u po částech polynomem $u^e = P^e(x,y)$. Na každém trojúhelníkovém prvku Ω^e (konečném prvku) budeme hledanou funkci aproximovat lineárním polynomem.

$$u^e = a^e + b^e \cdot x + c^e \cdot y \quad (61)$$

Necht' každá trojúhelníková oblast Ω^e má vrcholy i, j, k a funkční hodnoty funkce u jsou v každém z těchto vrcholů u_i, u_j, u_k .



obr. 8 Triangulizace vyšetřované oblasti

Dále souřadnice vrcholů trojúhelníku jsou: $i = [x_i, y_i], j = [x_j, y_j], k = [x_k, y_k]$.

$$u_i^e = a_i^e + b_i^e \cdot x + c_i^e \cdot y$$

$$u_j^e = a_j^e + b_j^e \cdot x + c_j^e \cdot y \implies \det \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix} = 2S^e$$

$$u_k^e = a_k^e + b_k^e \cdot x + c_k^e \cdot y \quad (62)$$

Kde S je obsah trojúhelníku s krajními body i, j, k . Koeficienty a^e, b^e, c^e vyjádříme pomocí souřadnic uzlových bodů:

$$\begin{aligned} a_i^e &= x_j \cdot y_k - x_k \cdot y_j, & b_i^e &= y_j - y_k, & c_i^e &= x_j - x_k \\ a_j^e &= x_k \cdot y_i - x_i \cdot y_k, & b_j^e &= y_k - y_i, & c_j^e &= x_i - x_k \\ a_k^e &= x_i \cdot y_j - x_j \cdot y_i, & b_k^e &= y_i - y_j, & c_k^e &= x_j - x_i \end{aligned} \quad (63)$$

Řešení soustavy rovnic 63, lze také zapsat v této podobě:

$$a^e = \frac{a_i^e \cdot u_i + a_j^e \cdot u_j + a_k^e \cdot u_k}{2S^e}, b^e = \frac{b_i^e \cdot u_i + b_j^e \cdot u_j + b_k^e \cdot u_k}{2S^e}, c^e = \frac{c_i^e \cdot u_i + c_j^e \cdot u_j + c_k^e \cdot u_k}{2S^e} \quad (64)$$

dosazením vztahů pro a^e, b^e, c^e do rovnice 61 dostáváme:

$$u_k^e = \frac{1}{2} \left[(a_i^e + b_i^e \cdot x + a_i^e \cdot y) \cdot u_i + (a_j^e + b_j^e \cdot x + a_j^e \cdot y) \cdot u_j + (a_k^e + b_k^e \cdot x + a_k^e \cdot y) \cdot u_k \right] \quad (65)$$

z předchozí rovnice a matice 62 vyplývá, že:

$$2S^e = b_i^e \cdot x_i + b_j^e \cdot x_j + b_k^e \cdot x_k \quad (66)$$

4. V tomto kroku vyjádříme kvadratický funkcionál fce u :

$$F(w) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} p \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dx \cdot dy - \int_{\Omega} f w \cdot dx \cdot dy + \int_{\Gamma_{II}} g_{II} \cdot w \cdot ds \quad (67)$$

Protože $g_{II} = 0$ na $\Gamma_{II} = 0$, můžeme funkcionál vyjádřit jako:

$$F = \sum_{e=1}^M F^e \quad (68)$$

kde F^e jsou příspěvky od jednotlivých dílčích prvků Ω^e :

$$F^e(w) = \frac{1}{2} \int_{\Omega^e} p \left[\left(\frac{\partial u^e}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^e}{\partial y} \right)^2 \right] dx \cdot dy - \int_{\Omega^e} f u^e \cdot dx \cdot dy \quad (69)$$

5. V tomto kroku dosadíme aproximace funkce u ze vztahu 69 do funkcionálu F . Poté budeme zjišťovat extrém funkcionálu, tudíž budeme zjišťovat derivaci funkcionálu podle proměnné u v uzlových bodech i, j, k . Čímž vznikne soustava rovnic:

$$\frac{\partial F}{\partial u_m} = 0, \quad m = \{i, j, k\} \quad (70)$$

Z předpokladu, že pro funkční hodnoty f platí na Ω_e platí $f_e = konst.$, pokud je f proměnné, pak za funkční hodnotu f volíme hodnotu v těžišti trojúhelníka Ω_e . Jeden prvek soustavy rovnic 70 bude vypadat:

$$\frac{\partial F^e}{\partial u_m} = \frac{p^e}{4S^e} \left[(b_i^e \cdot b_i^e + c_i^e \cdot c_i^e) u_i + (b_j^e \cdot b_j^e + c_j^e \cdot c_j^e) u_j + (b_k^e \cdot b_k^e + c_k^e \cdot c_k^e) u_k \right] - \frac{1}{3} f^e S^e \quad \text{na } \Gamma^e, \quad (71)$$

kde m jsou vrcholy trojúhelníka i, j, k na oblasti Ω_e s hranicí Γ_e . Po dosazení do soustavy rovnic 70 a úpravě, můžeme soustavu rovnic zapsat maticově:

$$\mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{U}_0 = \mathbf{F}_0, \quad (72)$$

kde **matice** \mathbf{A}_0 je obdélníková s prvky:

$$a_{mn} = \sum_{e=1}^M a_{mn}^e, \quad \text{kde } m = 1, 2, \dots, N, \quad n = 1, 2, \dots, N_e$$

$$a_{mn} = \frac{p^e}{4S^e} (b_m^e \cdot b_n^e + c_m^e \cdot c_n^e), \quad \text{pokud uzly } m, n \text{ neleží na hranici } \Gamma^e.$$

Dále **matice** \mathbf{U}_0 je sloupcová s N_e prvky u_1, u_2, \dots, u_N a **matice** \mathbf{F}_0 je sloupcová s N prvky

$$F_m^e = \frac{1}{3} f^e S^e, \quad \text{pokud uzel } m \text{ leží na hranici } \Gamma^e$$

$$F_m^e = 0, \quad \text{pokud uzel } m \text{ neleží na hranici } \Gamma^e.$$

Soustavu 70 lze převést do tvaru: $\mathbf{AU} = \mathbf{F}$, kde \mathbf{A} je čtvercová matice řádu N s prvky a_{mn} podle rovnic 71 a 72. Matice \mathbf{U} je sloupcová matice neznámých s N prvky u_1, u_2, \dots, u_N a matice \mathbf{F} je sloupcová s prvky:

$$F_m = \sum_{e=1}^Q \left(F_{mn}^e - \sum_{n=N+1}^{N_e} a_{mn}^e u_n \right), \text{ pro } m = 1, 2, \dots, N \quad (73)$$

Přičemž u_n je dáno Dirichletovými podmínkami rov. 52.

Při sestavování matic A a F je výhodné vycházet z dílčích matic A_e a F_e pro jednotlivé konečné prvky Ω_e .

$$A^e = \begin{bmatrix} a_{ii}^e & a_{ij}^e & a_{ik}^e \\ a_{ji}^e & a_{jj}^e & a_{jk}^e \\ a_{ki}^e & a_{kj}^e & a_{kk}^e \end{bmatrix} = \frac{p^e}{4S^e} \begin{bmatrix} (b_i^e)^2 + (c_i^e)^2 & b_i^e b_j^e + c_i^e c_j^e & b_i^e b_k^e + c_i^e c_k^e \\ b_i^e b_j^e + c_i^e c_j^e & (b_j^e)^2 + (c_j^e)^2 & b_j^e b_k^e + c_j^e c_k^e \\ b_i^e b_k^e + c_i^e c_k^e & b_j^e b_k^e + c_j^e c_k^e & (b_k^e)^2 + (c_k^e)^2 \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$F^e = \begin{bmatrix} F_i^e \\ F_j^e \\ F_k^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} f^e S^e \\ \frac{1}{3} f^e S^e \\ \frac{1}{3} f^e S^e \end{bmatrix} = f^e S^e \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (75)$$

kde $a_{mm} = a_{nm}$ pro každé $e = 1, 2, \dots, M$ tudíž matice A^e a A jsou symetrické.

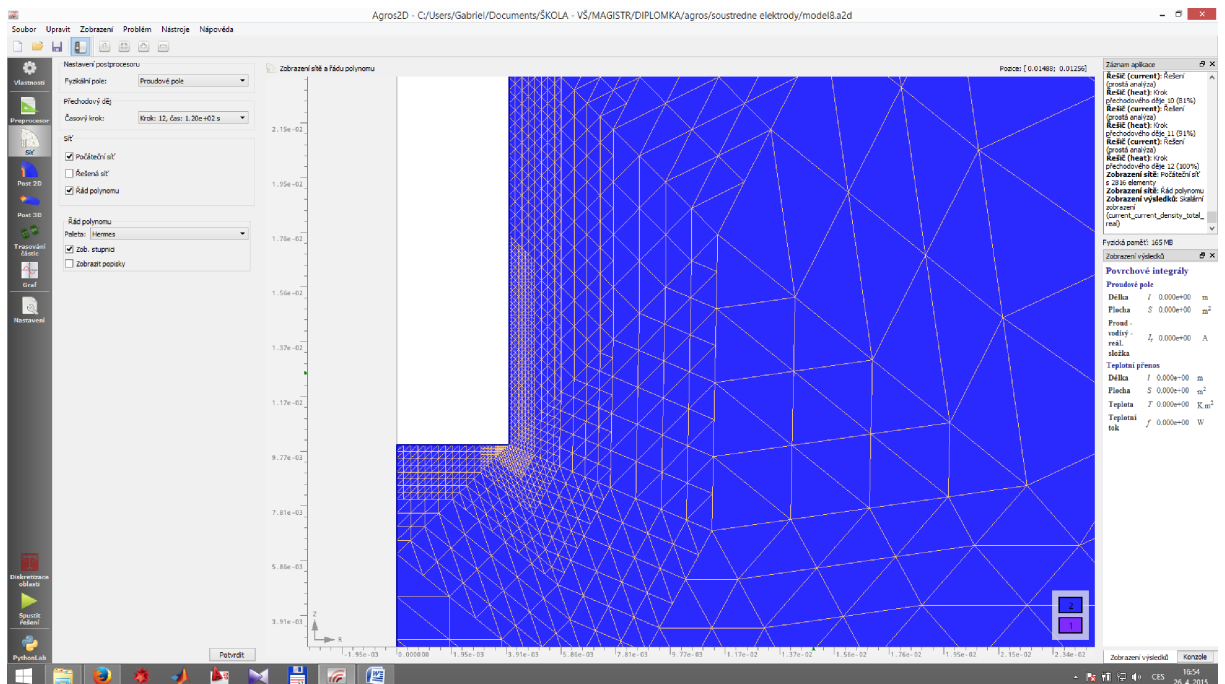
Celkový algoritmus výpočtu MKP je následující:

1. Rozdělení oblasti vyšetřované oblasti Ω trojúhelníkovou mříží na podoblasti Ω^e .
2. Očíslování všech trojúhelníků Ω^e , tj. $e = \{1, 2, \dots, M\}$
3. Přiřazení souřadnic každému vrcholům všech trojúhelníků.
4. Jednotlivým trojúhelníkům přiřadíme trojice jejich vrcholů i, j, k v kladném směru oběhu po obvodu a hodnoty p^e a S^e .
5. Spočítáme prvky matic A^e .
6. Spočítáme prvky matic F^e .
7. Spočítáme prvky matic A .
8. Spočítáme prvky matic F .
9. Spočítáme soustavu rovnic $AU = F$.
10. Řešení soustavy vhodnou numerickou metodou.

Pozn.: při popisu principu MKP bylo čerpáno ze zdrojů [3],[9] a [10].

5.5 PROGRAM AGROS 2D

Ke zkoumání rozložení elektromagnetického pole pro různá uspořádání elektrod bude použit program Agros2D, který umožňuje modelovat a počítat rozložení proudového a elektrického pole mezi elektrodami. Výpočet probíhá metodou konečných prvků, popsanou v předchozích kapitolách. V programu je možno nakreslit libovolnou 2D geometrii s přesně danými rozměry, určit okrajové podmínky (tj. podmínky na hranách), určit materiály a jejich vlastnosti. Bohužel Agros2D neumožňuje modelovat 3D pole, pokud není osově symetrické.



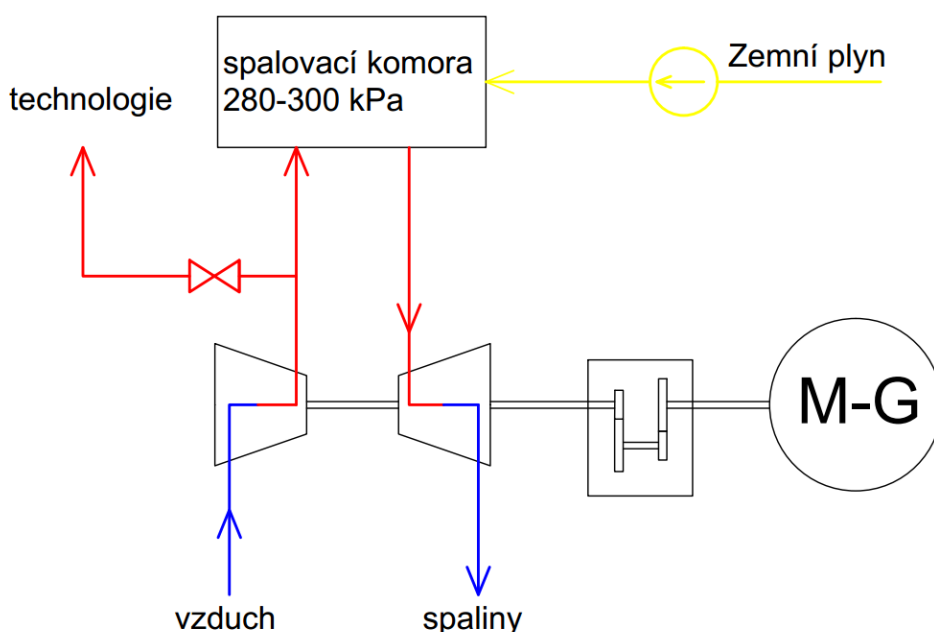
obr. 9 Prostředí programu Agros 2D

Program Agros2D umožňuje i interakci fyzikálních polí, např.: proudového a teplotního pole. V programu Agros2D bude pro modelování použito proudové stacionární pole

6. POHÁNĚNÉ ZAŘÍZENÍ

Poháněným zařízením je turbosoustrojí na výrobně kyseliny dusičné ve společnosti Lovochemie a.s. Výroba kyseliny dusičné probíhá spalováním vzducho-čpavkové směsi za vysokého tlaku. Požadovaný tlak je dosažen kompresorem vzduchu, který je poháněn motorem a expanzní turbínou. Motor je stále pevně připojen přes převodovku k turbokompresoru.

Celé soustrojí se skládá z motoru, převodovky, kompresoru vzduchu a plynové expanzní turbíny. Současný motor je regulován kapalinovým spouštěčem. Motor s převodovkou s převodem 1:5 pohání plynovou expanzní turbínu a kompresor. Kompresor vhání do celé technologie vzduch o přetlaku 280 – 320 kPa, který v technologii slouží pro oxidaci čpavku, oxidaci oxidu dusnatého, pro spalovací komoru i chlazení celého turbosoustrojí. Plynová expanzní turbína využívá zbytkového tlaku a teploty v technologii pro pohon soustrojí. Plný výkon motoru je potřeba jen k nájezdu turbosoustrojí. Při stabilním chodu celé technologie je hlavním dodavatelem energie pro pohon kompresoru expanzní plynová turbína. Při stabilním chodu motor dodává výkon od 100 do 300 kW. V minulosti dokonce motor pracoval jako generátor a dodával do sítě až 150 kW. Tato výrobní byla postavena v 60. letech minulého století, kdy prakticky nebyla dostupná jiná možnost regulace otáček takto výkonného motoru.

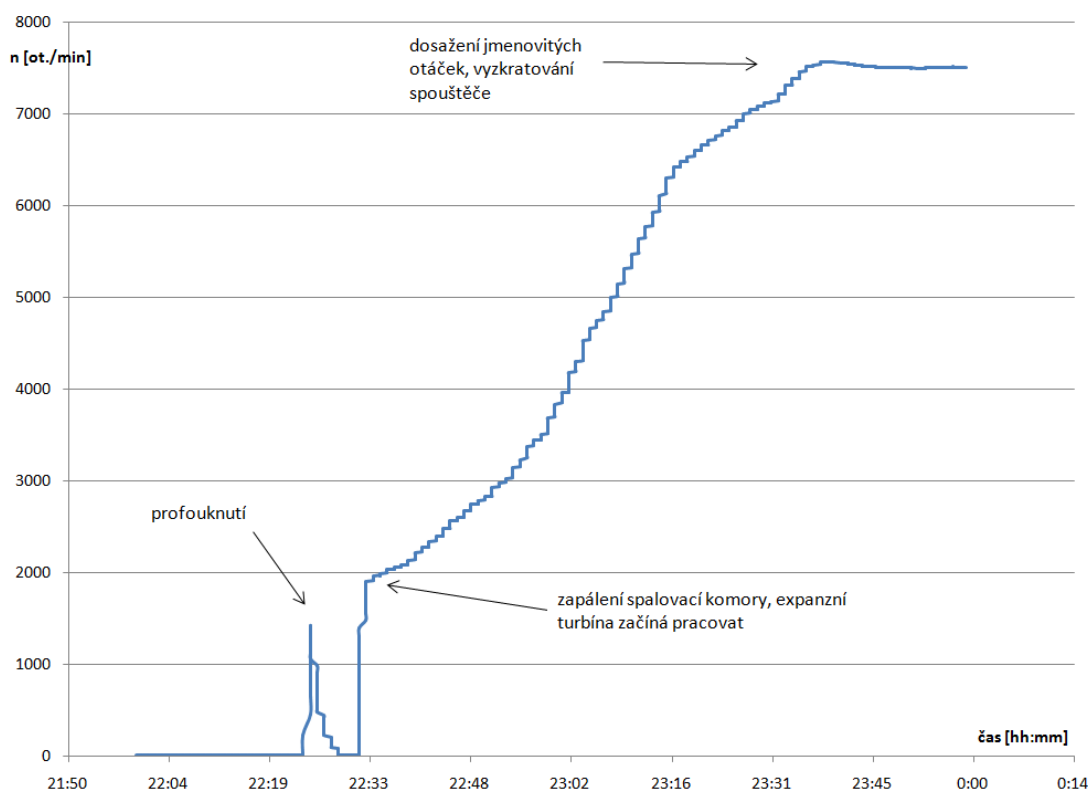


obr. 10 Poháněné soustrojí

6.1 PROVOZNÍ REŽIM SOUSTROJÍ

Nájezd výrobný probíhá tak, že spalovací komora je nejprve „profouknuta“, aby v ní nebyl zbytek zemního plynu nebo spalin, přičemž se motorem na chvíli rozběhne turbosoustrojí asi na $\frac{1}{4}$ otáčky. To probíhá tak, že elektrody spouštěče jsou vysunuty do horní krajní polohy (maximální odpor). Kompresor je překlenut bypassem. Sepnutím stykače, který připojí stator motoru k síti se motor rozběhne na cca 1500 otáček. Poté je turbosoustrojí zastaveno a až po provedení dalších operátorských úkonů začíná "ostrý" nájezd.

Při "ostrém" rozjezdu je stejným způsobem pomocí motoru dosaženo cca 1500 otáček, poté je zapálena spalovací komora, která spalováním zemního plynu zvyšuje teplotu koncového plynu vstupujícího do plynové expanzní turbíny a tím zvyšuje její výkon. Vyřazováním kapalinového spouštěče a zvyšováním průtoku zemního plynu do spalovací komory se pomalu zvyšují otáčky turbosoustrojí. Nájezd trvá pokaždé různou dobu od 30 do 70 min (běžně kolem 50 min). Nájezd musí být takto dlouhý z technologických důvodů. Občas se může stát, že se nepodaří při nájezdu včas uvést do provozu spalovací komoru, a turbosoustrojí se musí odstavit, někdy i vícekrát. Po dosažení pracovních otáček (tj. cca 7500 ot./min) turbosoustrojí je krátkodobě zvýšen výkon spalovací turbíny, dokud motor nedosáhne synchronních otáček. Poté je kapalinový spouštěč vyzkratován. Kapalinový spouštěč je potřeba přibližně 5 – 10 krát do roka k nájezdům.



obr. 11 Průběh otáček při nájezdu soustrojí

Před vyzkratováním spouštěče se výkon plynové turbíny zvýší tak, aby výkon odebíraný motorem byl roven nule. Po vyzkratování spouštěče se výkon turbíny sníží a motor soustrojí dodává výkon přibližně 250 kW.

6.2 PARAMETRY MOTORU

K rozběhu soustrojí slouží 500 kW, 4 pólový kroužkový motor s těmito parametry.

VÝROBCE	MEZ DRÁSOV	TYP	AR1322-4
U_1	6000 V (Y)	U_2	717 V (Y)
I_1	56,8 A	I_2	430 A
otáčky	1478 ot./min		
hmotnost	3540 kg		

Motor má "krátkospoj" pro zkratování rotoru hned za sběracími kroužky. Při jedné z posledních oprav na motoru bylo provedeno měření naprázdno a nakrátko.



obr. 12 Stávající kroužkový motor

6.2.1 MOMENTOVÁ CHARAKTERISTIKY MOTORU

Pro zjištění momentové charakteristiky potřebujeme znát všechny parametry motoru ze vzorce pro moment ASM:

$$M(s) = \frac{3}{\omega_{1m}} \cdot \frac{R_2'}{s} \cdot \frac{U_1^2}{(R_1 + C_1 \cdot \frac{R_2'}{s})^2 + (X_{1\sigma} + C_1 \cdot X_{2\sigma}')^2} \quad (76)$$

Potřebujeme tedy znát parametry z náhradního schématu: R_2' , R_1 , U_1 , $X_{1\sigma}$, $X_{2\sigma}'$, ω_{1m} . Skluz s je proměnná. C_1 je komplexní činitel rozptylu a γ je činitel vinutí.

$$\hat{C}_1 = C_1 \cdot e^{-j\gamma} \quad (77)$$

"Číslo C_1 je o málo větší než 1 a γ je malý záporný úhel, je tedy možno pro výpočet proudu předpokládat že $\hat{C}_1 = C_1$ " [5, s. 83]. Díky čemuž můžeme předpokládat $\hat{C}_1 = C_1 = 1$.

$$\omega_{1sm} = \omega_1/p = 314/2 = 157 \text{ rad/s} \quad (78)$$

Z protokolu o kusové zkoušce motoru jsou známy tyto parametry:

ZÁKLADNÍ ÚDAJE

P	500	kW			
U ₁ (Y)	6000	V	U ₂	718	V
I ₁	56,8	A	I ₂	430	A
n _n	1480	1/min	f	50	Hz
η	94	%	cos φ	0,9	-

MĚŘENÍ NAPRÁZDNO t = 23 °C

U ₀	6000	V	I ₀	14,29	A	P _{p0}	12730	W
----------------	------	---	----------------	-------	---	-----------------	-------	---

MĚŘENÍ NAKRÁTKO

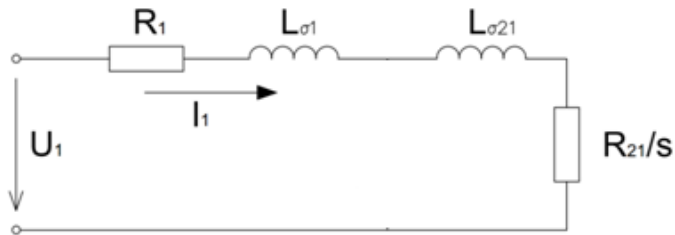
U _k	1276	V	I _k	56,65	A	P _{pk}	20320	W
----------------	------	---	----------------	-------	---	-----------------	-------	---

ODPOR VINUTÍ

R ₁	0,728	Ω	R ₂	0,0103	Ω
----------------	-------	---	----------------	--------	---

pozn.: kompletní údaje z kusové zkoušky motoru jsou v příloze č. 4

Z uvedených hodnot je možné zjistit rozptylové reaktance X_l a X_2' a přepočtenou hodnotu odporu rotoru R_2' , neboť při měření nakrátko máme zabrzděný motor a skluz je roven jedné. Motor prakticky funguje jako transformátor nakrátko, protože je impedance příčné větve mnohonásobně větší než impedance sekundárního vinutí, lze ji zanedbat.



obr. 13 Náhradní schéma ASM při měření nakrátko

Ze změřených hodnot vypočteme absolutní hodnotu impedance

$$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{\frac{1276}{\sqrt{3}}}{56,6} = 13,01 \Omega \quad (79)$$

Protože známe hodnotu činného výkonu P_{pk} , můžeme zjistit přepočtenou hodnotu odporu R_2' .

$$P_k = 3 \cdot I_k^2 \cdot (R_2' + R_1) \Rightarrow R_2' = \frac{P_k}{3 \cdot I_k^2} - R_1 = \frac{20320}{3 \cdot 56,6^2} - 0,728 = 1,38 \Omega \quad (80)$$

když známe přepočtenou hodnotu R_2' i reálnou hodnotu odporu R_2 , můžeme stanovit jejich poměr, k čemuž bychom jinak museli znát počet fází m , počet závitů N a činitel vinutí k_{v1} . Poměr mezi přepočtenou hodnotou rotorového odporu využijeme k přepočtu rotorové reaktance a rotorového proudu.

$$p = \frac{R_2'}{R_2} = \frac{m_1 \cdot (N_1 \cdot k_{v1})^2}{m_2 \cdot (N_2 \cdot k_{v2})^2} = \frac{1,38}{0,0103} = 133,98 \quad (81)$$

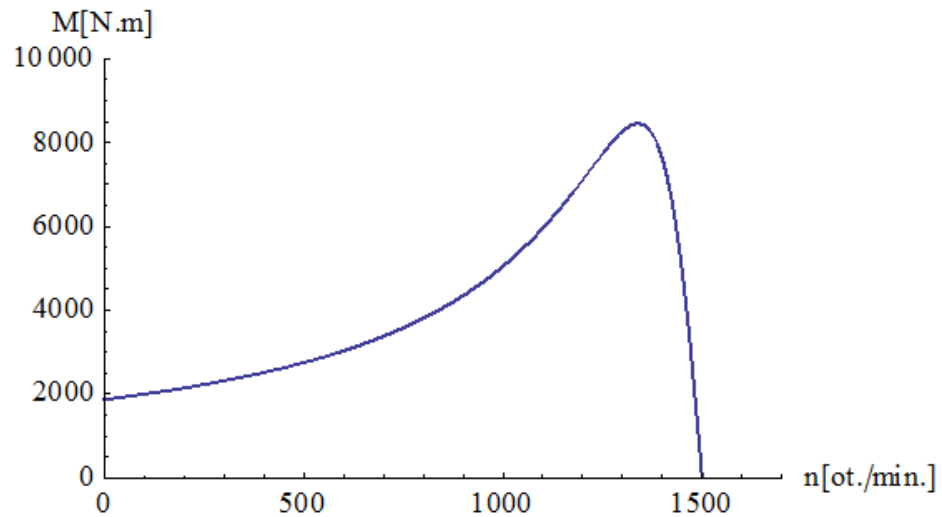
nyň když známe přepočet p , můžeme zjistit reaktanci obvodu $X_\sigma = X_{l\sigma} + X_{2\sigma}'$.

$$\hat{Z} = (R_1 + R_2') + j \cdot (X_{l\sigma} + X_{2\sigma}') \Rightarrow X_\sigma = \sqrt{Z^2 - (R_1 + R_2')^2} = \sqrt{13,01^2 - (1,38 + 0,728)^2} = 12,83 \Omega \quad (82)$$

budeme-li uvažovat, že $X_l \sim X_2'$, pak $X_l = X_2' = 6,42 \Omega$

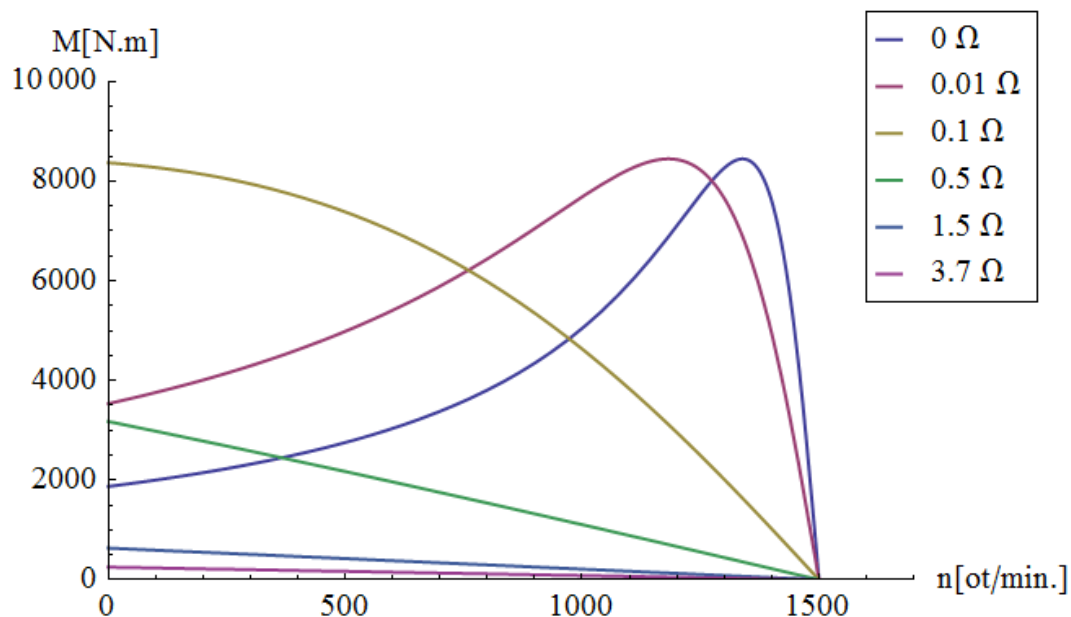
Nyní již známe vše potřebné k sestavení momentové charakteristiky motoru.

$$M(s) = \frac{3}{\omega_m} \cdot \frac{R_2'}{s} \cdot \frac{U_1^2}{(R_1 + C_1 \cdot \frac{R_2'}{s})^2 + (X_{1\sigma} + C_1 \cdot X_{2\sigma}')^2} = \frac{3 \cdot 1,38^2}{s \cdot \frac{314}{2}} \cdot \frac{(\frac{6000}{\sqrt{3}})^2}{(0,728 + \frac{1,38}{s})^2 + (12,83)^2} \quad (83)$$



obr. 14 Momentová charakteristika motoru

Z následujícího grafu je patrné sklopení jednotlivých charakteristik pro různé hodnoty zařazeného odporu spouštěče.



obr. 15 Momentová charakteristika motoru při různých hodnotách spouštěče

Z grafu je patrné, že nejvýraznější změna momentové charakteristiky probíhá při odporu spouštěče v mezích $0 - 0,5 \Omega$. Při zařazování větších hodnot odporu se charakteristika posouvá jen málo.

6.3 VLASTNOSTI A PARAMETRY STÁVAJÍCÍHO SPOUŠTĚČE

Současný spouštěč je kapalinový. Je tvořen nádobou s rozměry: 160x120x80 cm (d x š x v). Tato nádoba je naplněna roztokem vody a sody (Na_2CO_3). Ze shora jsou do nádoby ponořovány tři elektrody. Ke každé z elektrod je přes sběrací kroužky přivedena jedna fáze rotorového vinutí motoru. Kolem každé elektrody je několik navzájem propojených a uzemněných prstenců, které tvoří zemní elektrodu. Nádoba spouštěče je rovněž uzemněna. Při zasouvání elektrod se zvětšuje povrch elektrody, který je ponořen do elektrolytu a tím klesá odpor mezi elektrodou a zemí. Při konečné fázi zasouvání elektrod zajedou jezdcy elektrod do zkratovacích zdírek, čímž je spouštěč vyřazen. Pojezd elektrod je zajištěn malým motorem. Pro případ poruchy motoru je spouštěč ještě vybaven kolem pro ruční manipulaci.

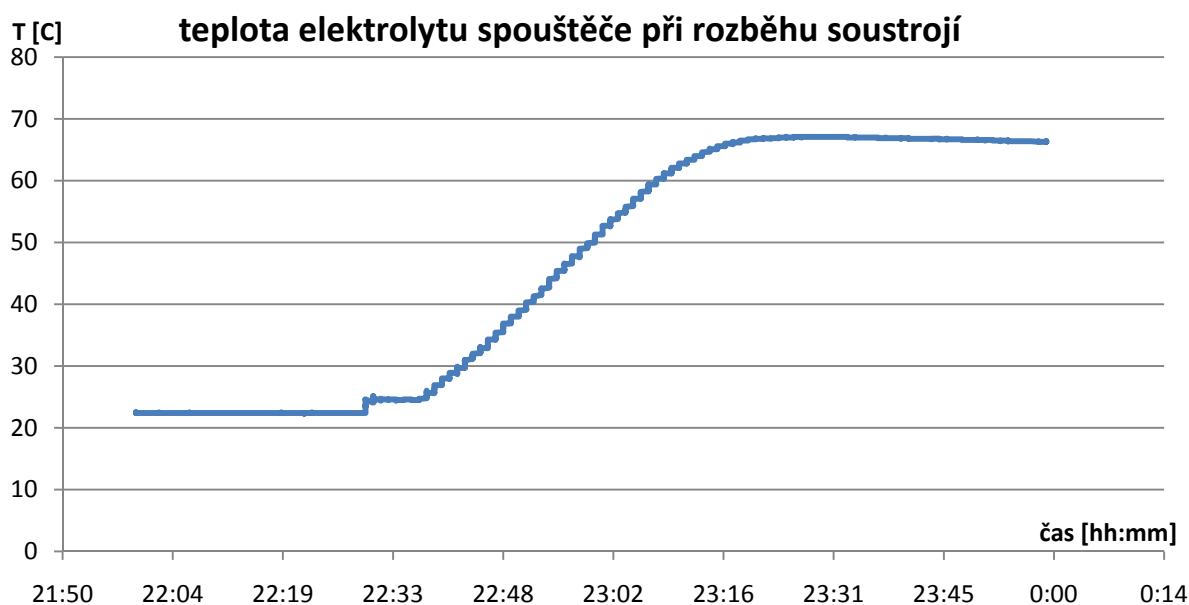


obr 16. Současný kapalinový spouštěč

Při pohledu na dnes již archaický spouštěč je hned patrná nesporná výhoda zařízení tohoto typu, totiž jeho životnost a spolehlivost. Kapalinový spouštěč v této výrobě s drobnými změnami vydržel takřka půl století.

6.3.1 TEPLOTA KAPALINOVÉHO SPOUŠTĚČE

Na následujícím grafu je zobrazen průběh teploty elektrolytu spouštěče během běžného startu. Po prvním startu dosáhl elektrolyt teploty cca 67 °C, kdyby se nájezd nezdařil a bylo potřeba jej zopakovat, pak by mohlo dojít k varu elektrolytu.

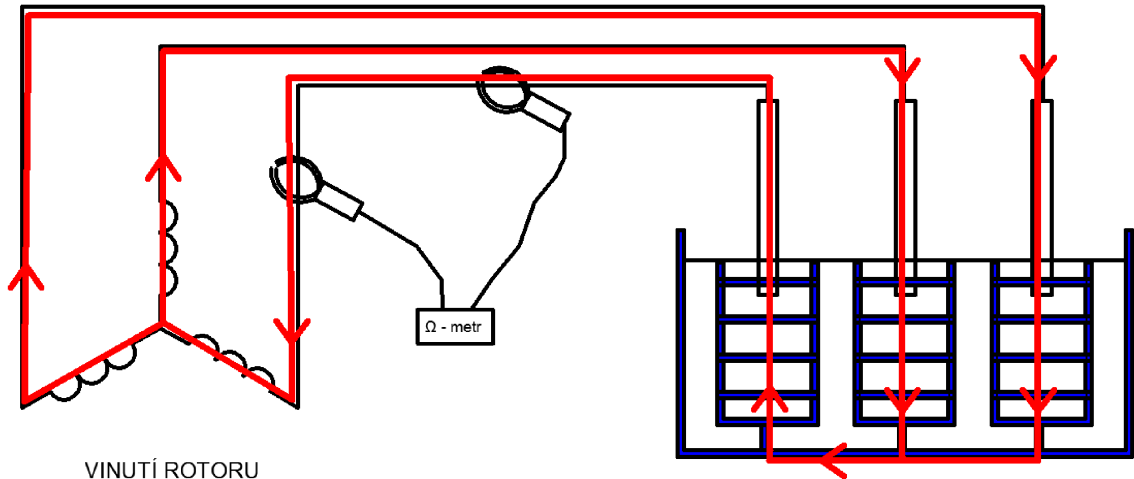


obr. 17 Časový průběh teploty roztoku spouštěče

Současný kapalinový spouštěč je v dezolátním stavu. Jeho nádoba je velmi zkorodovaná a kvůli dlouhým a opakovaným nájezdům soustrojí někdy dochází k jeho přehřátí (dochází k varu solanky). Nájezd musí být přerušen a je třeba vyčkat i více než den, než spouštěč vychladne, aby bylo možné nájezd opakovat. Tím vznikla potřeba stávající spouštěč nahradit.

6.3.2 MĚŘENÍ ODPORU STÁVAJÍCÍHO SPOUŠTĚČE

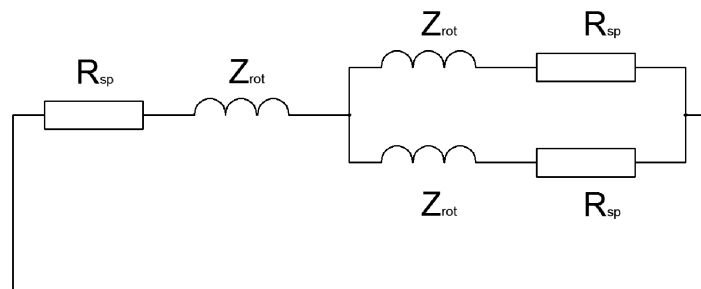
Při odstavení soustrojí bývá pro kontrolu změřen odpor spouštěče. Měření bývá prováděno v poloze s největším odporem, tedy nejmenším ponorem. Měření je prováděno proudovými kleštěmi pro měření odporu zemní smyčky jímací soustavy. Tento přístroj byl použit, protože celkem přesně měří malé hodnoty odporu smyčky. Důležité také je, že měří střídavým proudem o síťové frekvenci, takže vliv elektrolýzy je minimální. Navíc k měření není zapotřebí obvod rozpojovat. Nevýhodou naopak je, že měřená smyčka zahrnuje krom spouštěče i vinutí rotoru motoru a přívodní kabely.



obr. 18 Zapojení při měření odporu

Měřený obvod je znázorněn na obrázku. Pro měření byl použit přístroj MEGGER DET 14C, což je klešťový přístroj. Měření probíhá tak, že kabel propojující spouštěč a motor je obepnut kleštěmi přístroje. Tyto kleště se skládají ze dvou cívek. Jednou cívkou je vybudeno magnetické pole, které způsobí indukci napětí a průchod proudu měřenou smyčkou. Indukovaný proud je pak snímán druhou cívkou. Použitý přístroj má obě cívky v jediných společných kleštích. Na obrázku jsou pro názornost zobrazeny zvlášť. Měření bylo provedeno indukovaným napětím o frekvenci 50 Hz.

Zanedbáme-li odpor přívodních vodičů, pak schéma měřeného obvodu vypadá takto:



obr. 19 Schéma měřeného obvodu

Z_{rot} je impedance vinutí a R je odpor spouštěče mezi fázovou a zemní elektrodou. Tedy pro reaktanci vinutí platí: $Z_{rot} = R_{rot} + jX_{rot}$, kde známe $R_{rot} = 0,0103 \Omega$. Reaktanci X_{rot} získáme použitím vypočtené hodnoty z rov. 81. Kde je zjištěno, že $X_2' = 6,42 \Omega$. Protože pro rotorovou reaktanci platí stejný přepočet jako pro rotorový odpor, provedeme přepočet:

$$X_2 = X_2' / p = 6,42 / 133,98 = 0,0479 \Omega \quad (84)$$

Impedance rotoru při měřicí frekvenci tedy je:

$$Z_{rot} = R_{rot} + jX_{rot} = 0,0103 + 0,0479 = 0,0582 \Omega \quad (85)$$

Měřením byla zjištěna hodnota impedance:

$$Z_{celk} = Z_{rot} + R + \frac{Z_{rot} + R}{2} = \frac{3}{2}(Z_{rot} + R) = 5,6 \Omega. \quad (86)$$

Vyjádříme-li si hodnotu odporu spouštěče, dostaneme:

$$R = \frac{2}{3}Z_{celk} - Z_{rot} = \frac{2}{3} \cdot 5,6 - 0,0582 = 3,67 \Omega \quad (87)$$

Tato hodnota odporu je zatížena jistou chybou, neboť byla zanedbána impedance kabelu a ani hodnota reaktance vinutí není přesně známa. Zde použitá hodnota vycházela ze stejného předpokladu jako při určování momentové charakteristiky motoru, kde byl použit předpoklad, že $X_1 = X_2'$. Minimální hodnota odporu bohužel není známa.

8. ROZTOK

Mezi nejčastěji používané látky používané jako elektrolyt pro kapalinový spouštěč patří vodné roztoky NaCl, NaOH, Na₂CO₃ nebo KOH.

Základní požadavky na elektrolyt:

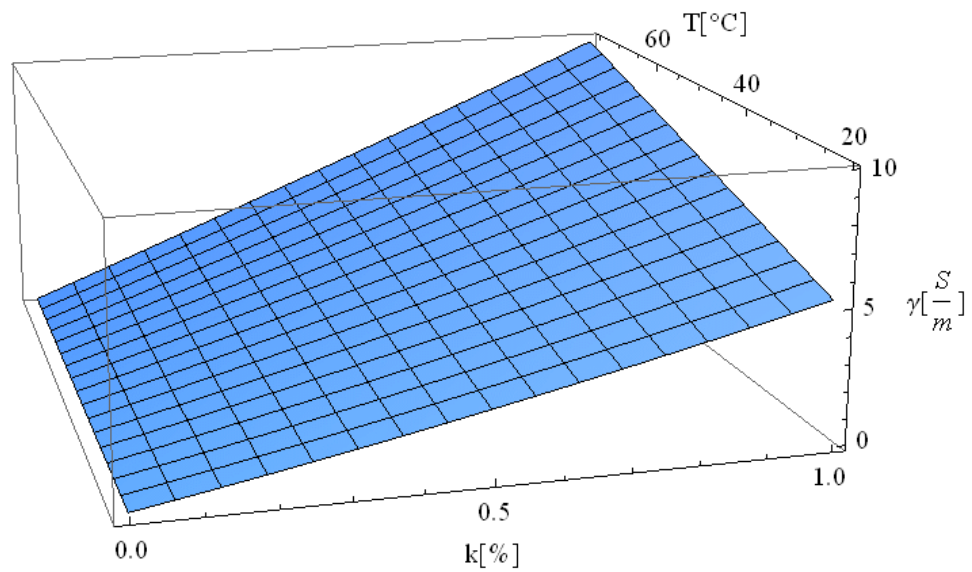
- chemická stálost (nesmí reagovat s kovy)
- odpovídající měrná vodivost
- vhodné tepelné vlastnosti
- netoxičita

Pro navrhovaný kapalinový spouštěč byl vybrán roztok NaOH. Při návrhu spouštěče je potřeba zvolit vhodnou koncentraci roztoku a je třeba počítat se změnou vodivosti v závislosti na teplotě. Vzhledem k tomu, že se jednotlivé zdroje rozcházejí v uváděných hodnotách měrné vodivosti roztoku NaOH pro různé koncentrace a teploty, bylo provedeno vlastní měření.

Hydroxid sodný nereaguje s ocelí, která by byla použita jako konstrukční materiál pro obal nádoby ani s mědí, kterou uvažujeme jako materiál pro elektrody.

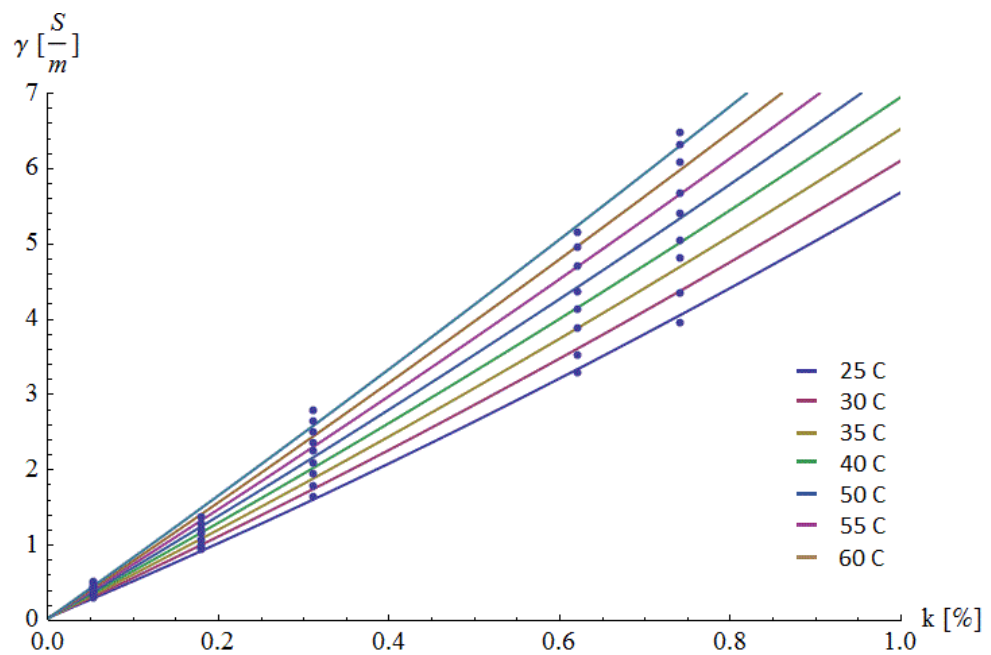
8.1 MĚŘENÍ VODIVOSTI ROZTOKU NaOH

Pro měření závislosti vodivosti roztoku NaOH na teplotě a koncentraci, byl použit konduktoměr Greisinger GMH3430. Jsou zde uvedeny jen naměřené charakteristiky. Veškeré naměřené hodnoty a jejich zpracování jsou v příloze č. 1.

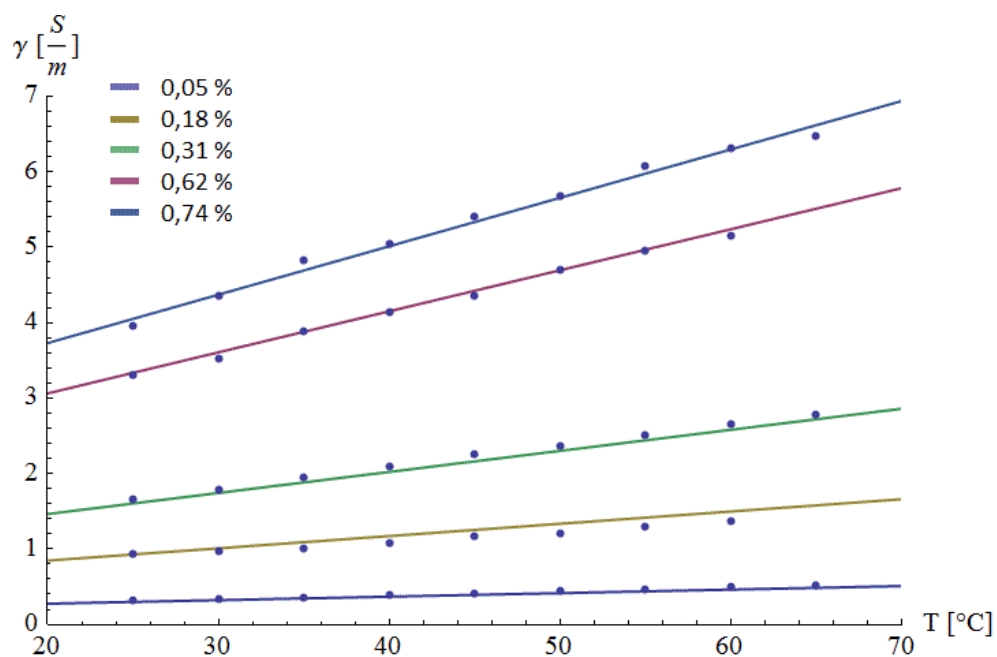


obr. 21 Graf závislosti vodivosti na teplotě a koncentraci

Jak je z následujícího grafu závislosti vodivosti roztoku NaOH na koncentraci patrné, vodivost roztoku NaOH je takřka lineární.



obr. 22 Graf závislosti měrné vodivosti na koncentraci roztoku NaOH pro různé teploty



obr. 23 Graf závislosti měrné vodivosti na teplotě roztoku NaOH pro různé koncentrace

Jak je z grafu patrné, teplotní závislost měrné vodivosti je též takřka lineární. Naměřené hodnoty byly proloženy funkcí:

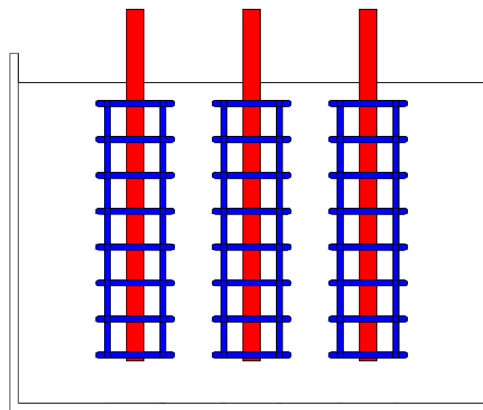
$$\gamma(T, k) = 0.04881 + 2.418k + 1.108k^2 - 0.000349T + 0.0940kT - 0.00922k^2T \quad (88)$$

9. TYPY KONSTRUKCÍ KAPALINOVÝCH SPOUŠTĚČŮ

Spouštěč, tj. reostat vhodný pro regulaci odporu v rozmezí 3,7 až 0 Ω , který by byl schopný vyzářit tolik tepla do okolí, bývá realizován jen jako spouštěč kapalinový. Kapalinové spouštěče jsou tvořeny nádobou s vodivým roztokem, do něhož jsou ponořovány elektrody. Čím větší je ponořená plocha elektrod, tím se odpor pohyblivých elektrod vůči nepohyblivým zmenšuje. Existuje mnoho způsobů, jak uspořádat elektrody spouštěče. Některé jsou však výhodnější a jiné méně. Bylo vybráno několik uspořádání, která budou předmětem dalšího zkoumání.

a) Soustředné zemní a fázové elektrody v jedné nádobě:

V této koncepci jsou pohyblivé (červené) elektrody. Soustředně s každou elektrodou jsou navzájem vodivě spojené kruhy (modrá).

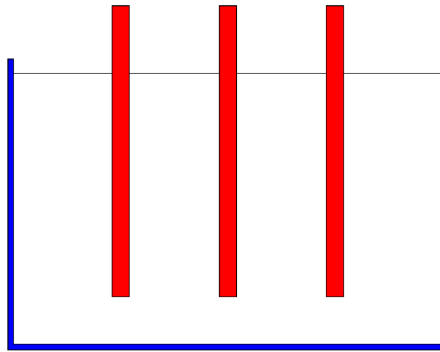


obr. 24 Spouštěč se soustřednými elektrodami

V praxi také bývají používány varianty, kdy fázové elektrody jsou pohyblivé a zemní statické ale i naopak. Nádoba spouštěče musí být rovněž uzemněna.

b) tyčové fázové elektrody v nádobě, která je i zemní elektrodou:

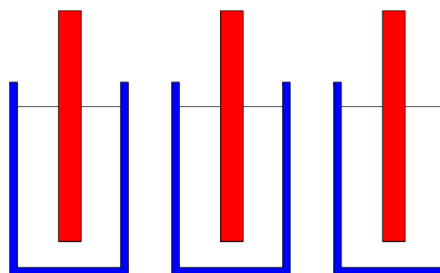
Tento druh spouštěče je oproti předchozímu uspořádání jednodušší co do konstrukce, nicméně výpočet je vzhledem k nesymetrii složitější.



obr. 25 Bokorys obdélníkové nádoby s třemi elektrodami

c) tři oddělené válcové nádoby se soustřednými elektrodami:

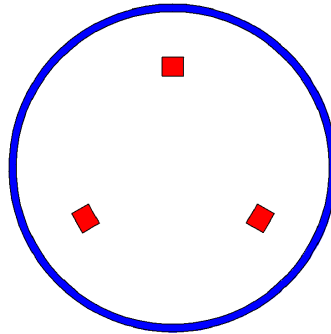
Jednou z možných variant jsou tři oddělené válcové nádoby, kde stěna nádoby je zemní elektroda. Nádoby mohou být propojeny, což má značnou výhodu, při napouštění, když je potřeba mít ve všech třech nádobách stejnou koncentraci elektrolytu a tedy odpor každé fázové elektrody vůči zemi.



obr. 26 Tři oddělené nádoby

d) tři elektrody ve společné válcové nádobě:

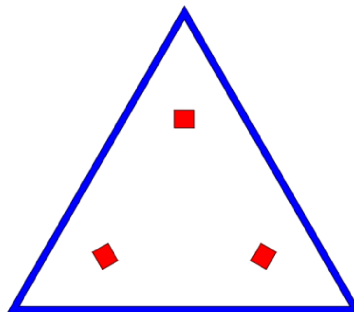
Dalším geometrickým uspořádáním, které připadá do úvahy je válcová nádoba s trojicí elektrod ponořovanými podle obrázku.



obr. 27 Půdorys spouštěče s válcovou nádobou

e) elektrody v rozích trojúhelníkové nádoby:

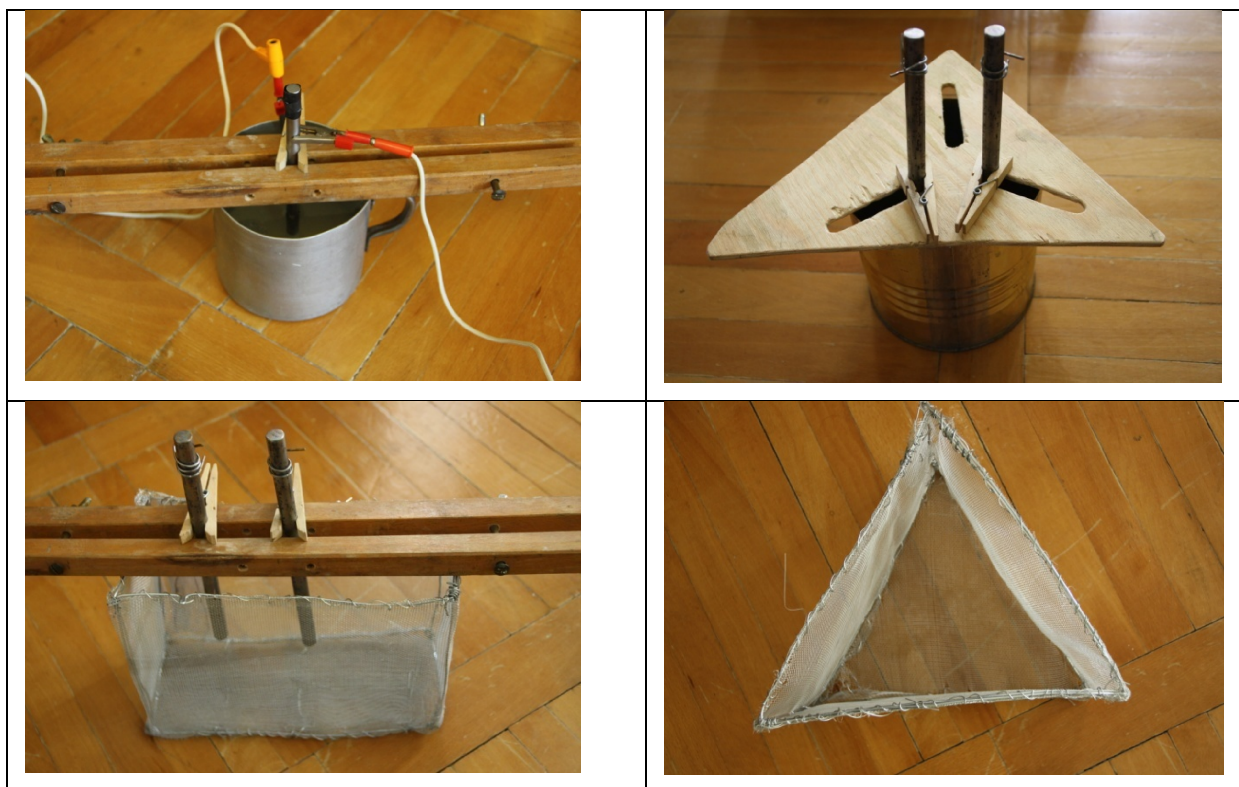
Poslední uvažovanou možností spouštěče je trojúhelníková nádoba.



obr. 28 Půdorys spouštěče s nádobou trojbokého hranolu

10. MĚŘENÍ NA MODELOVÝCH PŘÍPRAVCÍCH

Pro geometrická uspořádání elektrod zmíněných předchozí kapitole bylo provedeno měření na modelech, jímž bylo zjištěno, jak se mění odpor v závislosti na ponoru elektrody a ověřeno, zda hodnoty odpovídají vypočteným hodnotám. Použité modely jsou na obrázcích.



obr. 29 Použité modely

Až při samotném měření se ukázalo, že v kombinaci s roztokem NaOH není možné použít hliníkové nebo pozinkované nádoby, protože tyto kovy reagují s NaOH. Ukázalo se, že není možné použít většinu plechovkových nádob, neboť obvykle bývají opatřeny povrchovou úpravou, která výrazně zhoršuje vodivost jejich povrchu. Jejich dno je často opatřeno povrchovou úpravou, které je činí naprosto nevodivými.

Protože reaktivita roztoku NaOH značně zužuje možný výběr použitelných běžně dostupných kovových materiálů, bylo v některých případech pro měření použito roztoku NaCl, který s hliníkem nereaguje. Elektrody byly z uhlíkové oceli, která byla před měřením zbavena veškeré rzi. K výrobě trojbokého hranolu a kvádrů byla použita síťka proti hmyzu do oken z hliníku. Tyto modely byly ponořeny do jiné větší nádoby, která zadržovala roztok.

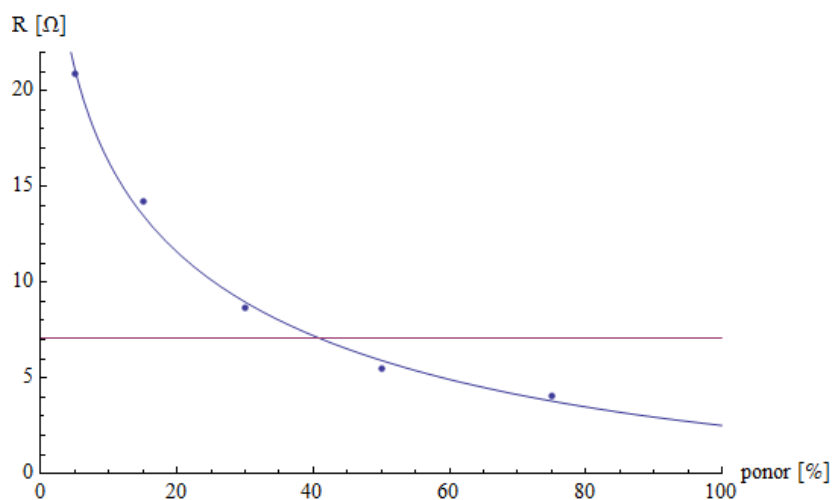
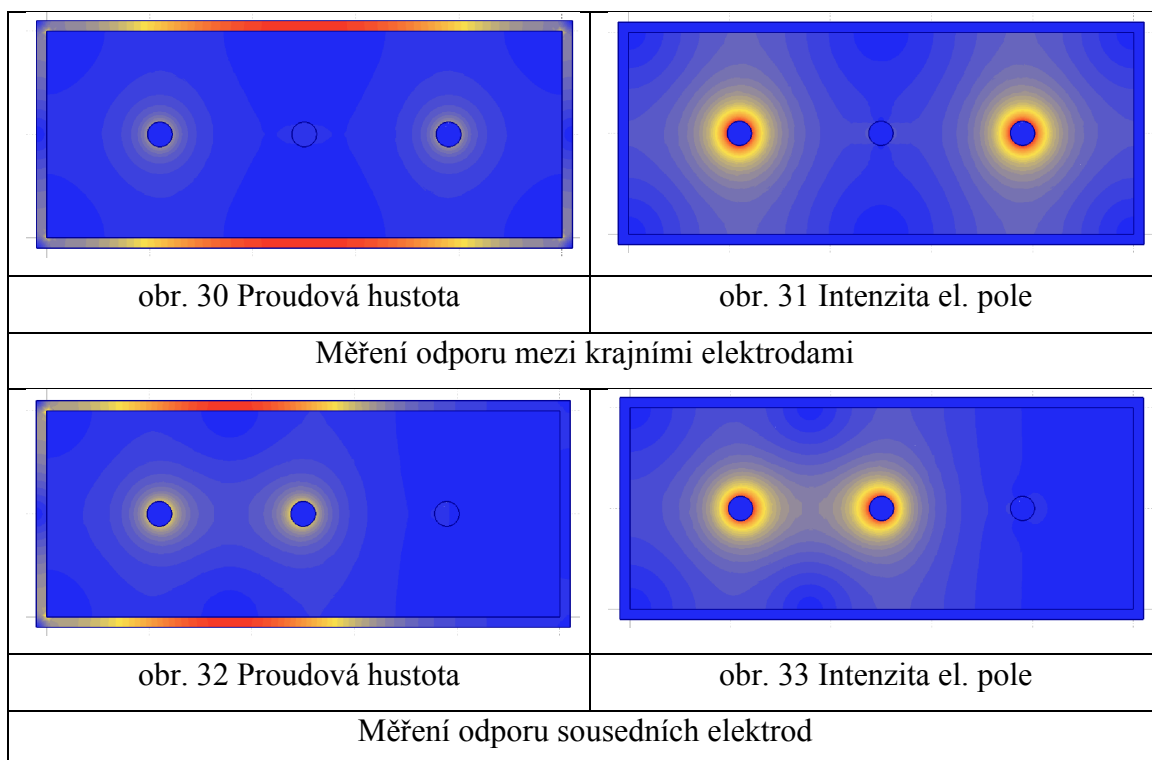
Měření samotné probíhalo ohmovou metodou pro měření malých odporů. Model byl přitom napájen ze střídavého regulovaného laboratorního zdroje, jehož napájecí frekvence byla 50 Hz. Napětí bylo vždy měřeno přímo na elektrodách, aby nevznikala chyba měřením kvůli přechodovým odporům kontaktů. Naměřené hodnoty jsou zobrazeny v grafech ve srovnání s výpočty v programu Agros2D. Úplné hodnoty včetně rozměrů všech přípravků jsou uvedeny v příloze č.2

10.1 VÝPOČET V PROGRAMU AGROS 2D

Hodnoty naměřené na modelech budou porovnány s výpočty v programu Agros2D. Hodnoty proudů vypočtené programem Agros2D z geometrie nakreslené v kartézském souřadném systému (v půdorysu) platí pro výšku 1m. Takto získané hodnoty byly přepočítány na patřičnou výšku sloupce roztoku v přípravku. Protože se jedná o 2D modely, není v těchto modelech respektováno dno nádoby. Vypočtená hodnota odporu je v těchto případech jen orientační pro porovnání jaký vliv má vodivé dno. K výpočtu v programu Agros2D je použito řešení pomocí stacionárního proudového pole. Jde tedy o stejnosměrný proud. To nám, ale nijak nevádí neboť zjišťujeme odpor. Výpočet odporu je nutné provést ručně. Při modelování proudového pole si nakreslíme přesné rozměry přípravků a na patřičných hranách určíme okrajové podmínky. Po vyhodnocení pole programem lze zjistit proud jdoucí z povrchu elektrody tak, že si určíme hrany přes které má být provedena integrace proudové hustoty. Při zjišťování joulových ztrát určíme k integraci objem.

10.1.1 KVÁDROVÁ NÁDOBA

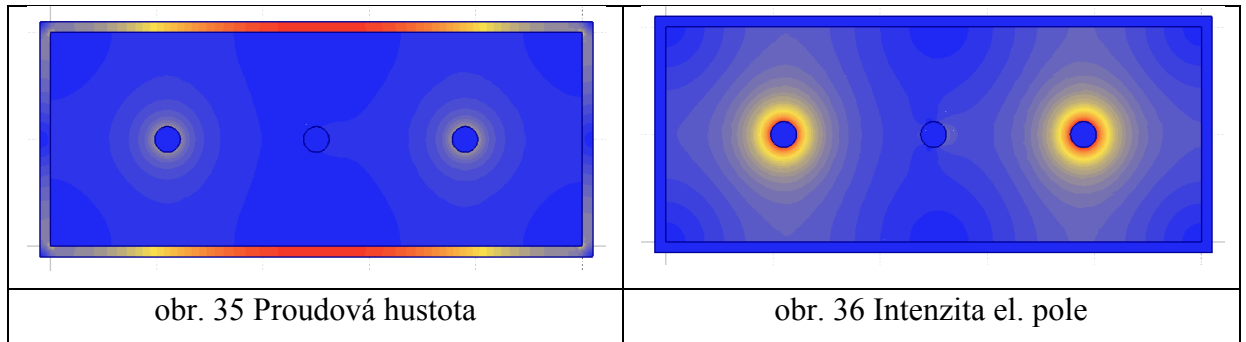
Při měření byl porovnán odpor mezi krajními elektrodami a mezi sousedními elektrodami. Rozdíl ve vzájemném elektrickém odporu byl nepatrný. Důvod je patrný při pohledu na následující obrázky se zobrazením proudové hustoty. Proudová hustota je nejvyšší ve stěnách nádoby, přes níž se uzavírá značná část proudu.



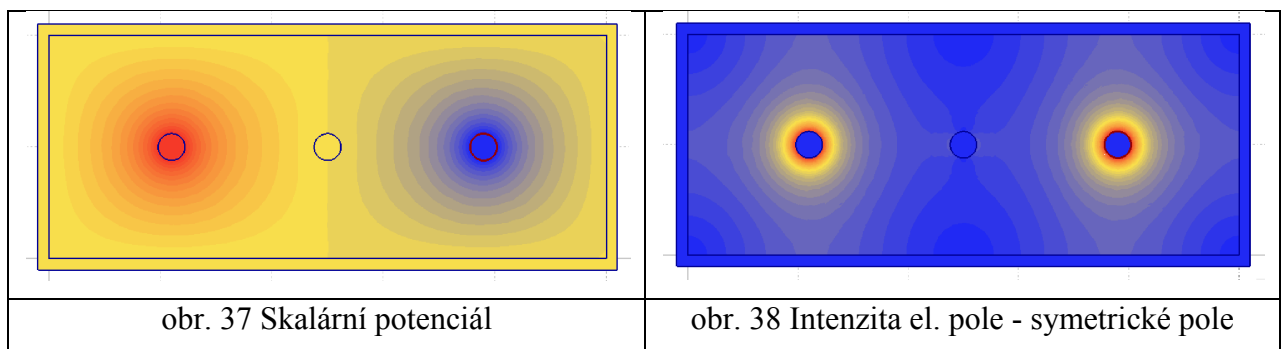
obr. 34 Závislost odporu na ponoru krajních a sousedních elektrod při vodivosti 2 S/m

pozn.: červená - hodnota zjištěna v programu Agros bez uvažování dna, modrá - měření

Při měření se také ukázalo, že odpor mezi dvěma elektrodami je ovlivňován napětím třetí elektrody. Je to dobře patrné při pohledu na následující obrázky, které ukazují proudovou hustotu, intenzitu el. pole v případě, kdy jsme na levou elektrodu přiložili potenciál 10V, na prostřední 3V a na pravou -5V.



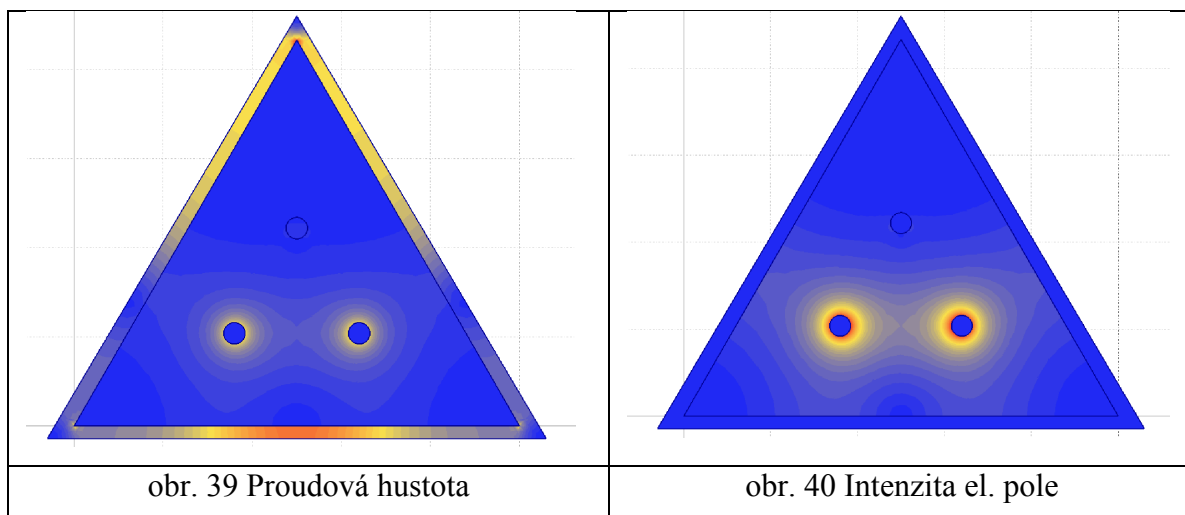
Proud levou elektrodou je -3,94A, prostřední -0,19A a pravou 4,13A. Prostřední elektrodou teče velmi malý proud, protože intenzita el. pole v jejím okolí je takřka nulová. Kdyby byl potenciál pravé elektrody -4V, potenciál na ose mezi krajními elektrodami by byl přesně 3V a prostřední elektrodou by netekl žádný proud, neboť by byla intenzita el. pole uprostřed nulová. Tato situace je ukázána na následujících obrázcích.



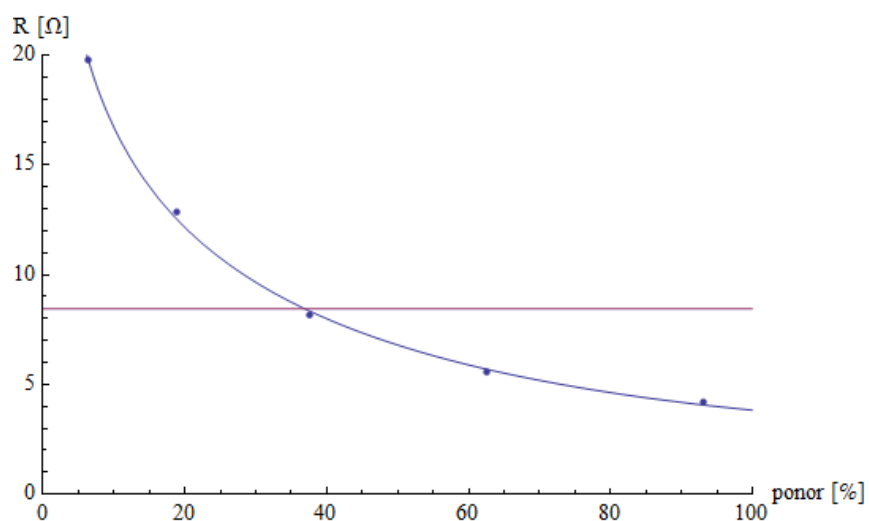
V takovém případě dojde k tomu, že přestože máme mezi sousedními elektrodami napětí 7V prostřední elektrodou neteče žádný proud. Veškerý proud, který vteče do roztoku levou elektrodou vyteče pravou elektrodou. Pole skalárního potenciálu je osově symetrické. Z tohoto důvodu není vhodné toto uspořádání vhodné.

10.1.2 TROJÚHELNÍKOVÁ NÁDOBA

Při experimentálním měření se ukázalo, že při posunu elektrod po výšce trojúhelníku (elektrody jsou stále v symetrii) se odpor mění jen minimálně.



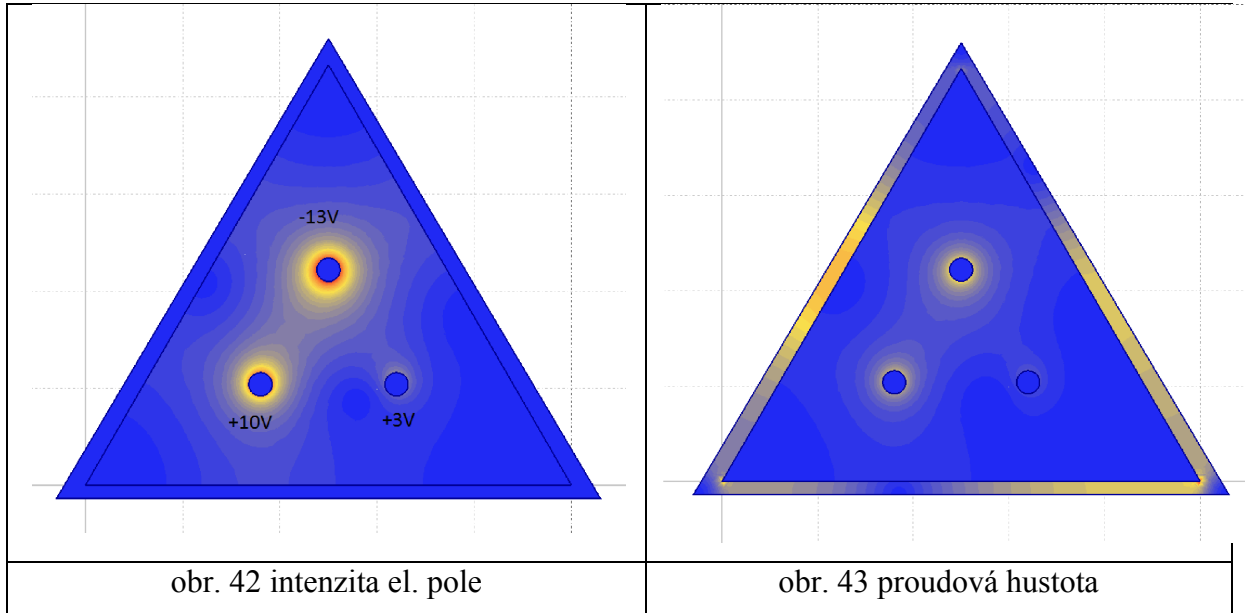
Jak je patrné z vyobrazení proudové hustoty, část proudu se uzavírá přes nádobu. Při měření bylo zjištěno, že přítomnost třetí elektrody, na níž není přiloženo žádné napětí, nemá výrazný vliv na hodnotu odporu. Tedy alespoň při těchto vzájemných vzdálenostech.



obr. 41 Závislost odporu mezi dvojicí elektrod na ponoru

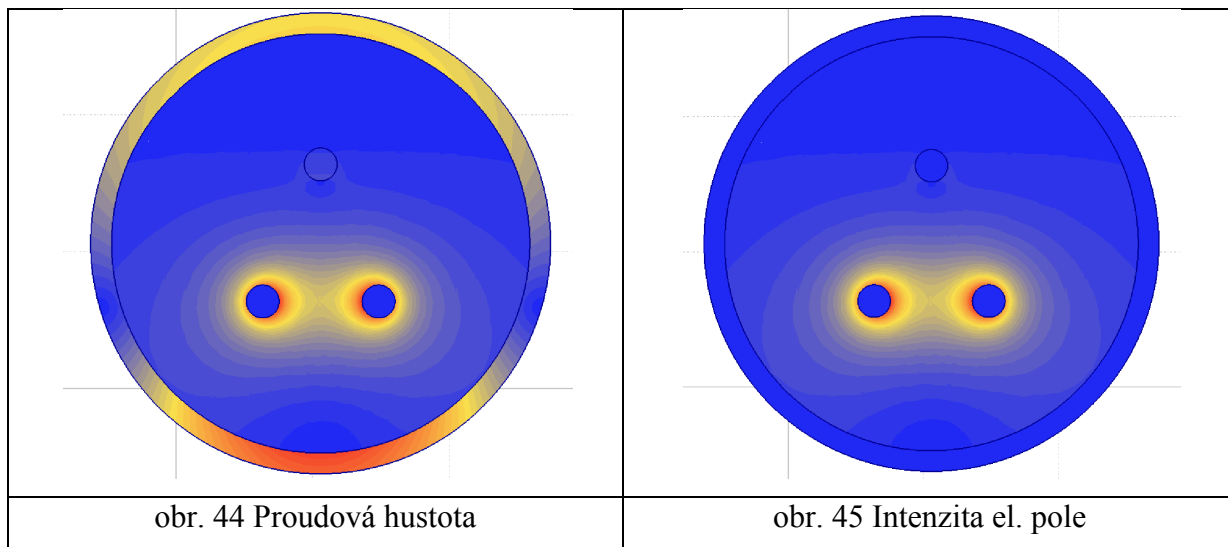
pozn.: červená - hodnota zjištěna v programu Agros2D bez uvažování dna, modrá - měření

Pokud ke všem třem elektrodám přiložíme rozdílné napětí, nedochází zde ke zcela stejnému jevu jako u obdélníkové nádoby, neboť trojúhelníkové uspořádání elektrod je prostorově symetrické. Přesto není zcela zřejmé jak jednotlivé proudy mezi elektrodami tečou. Část proudu se vždy uzavírá do trojúhelníku přímo mezi elektrodami a část přes nádobu spouštěče, která je uzemněným středem hvězdy.



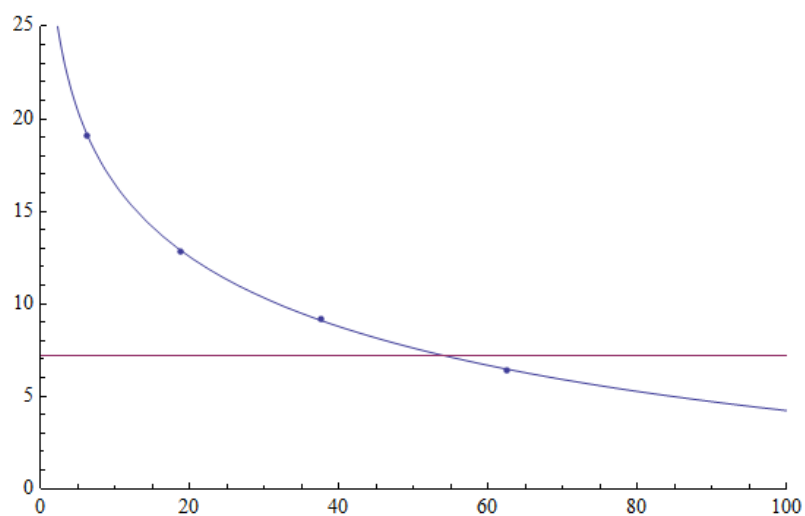
10.1.3 VÁLCOVÁ NÁDOBA

Pro válcovou nádobu se třemi elektrodami ve tvaru trojúhelníka platí totéž co pro trojúhelníkovou nádobu.



obr. 44 Proudová hustota

obr. 45 Intenzita el. pole

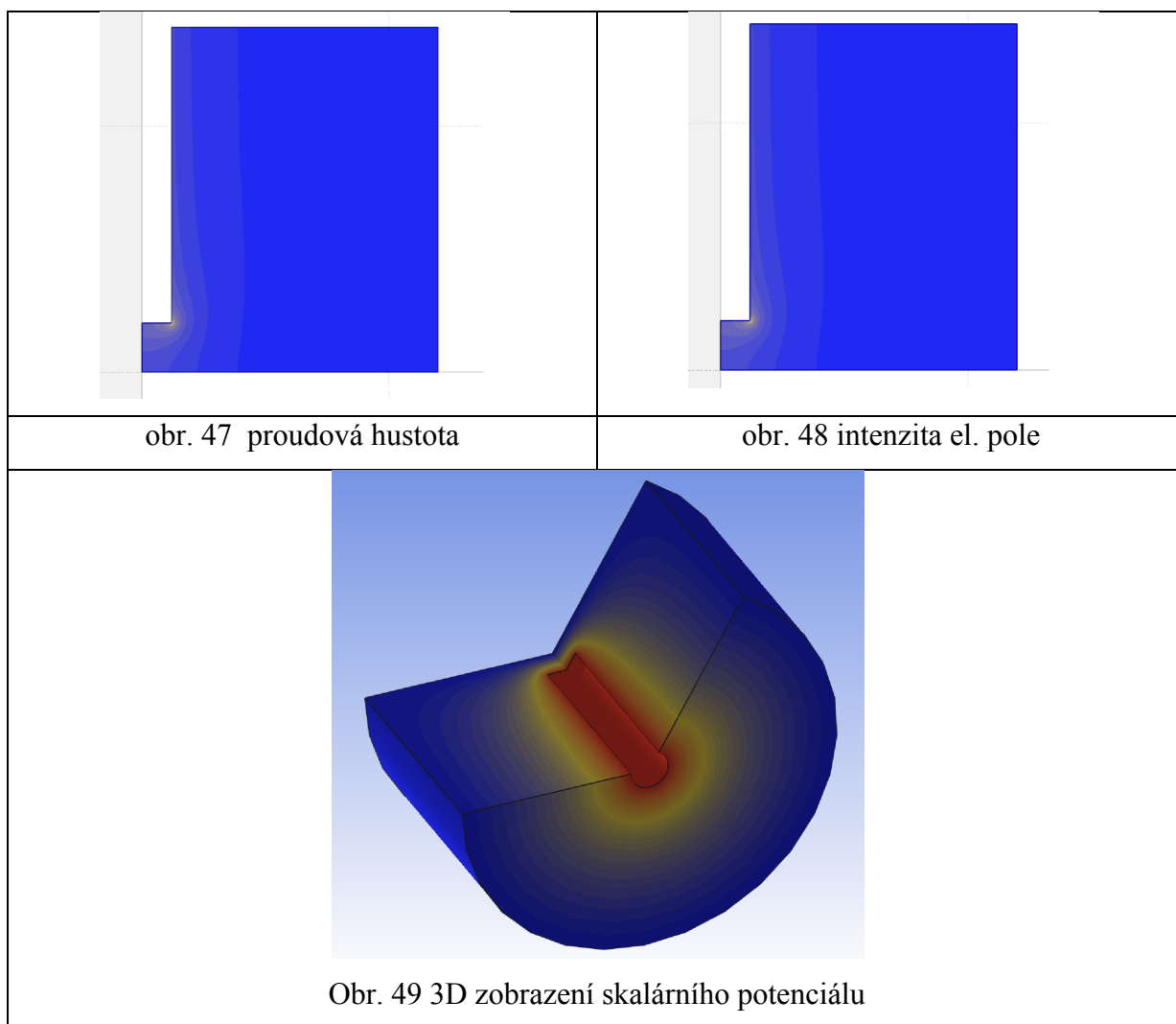


obr. 46 Závislost odporu na ponoru při vodivosti 2 S/m

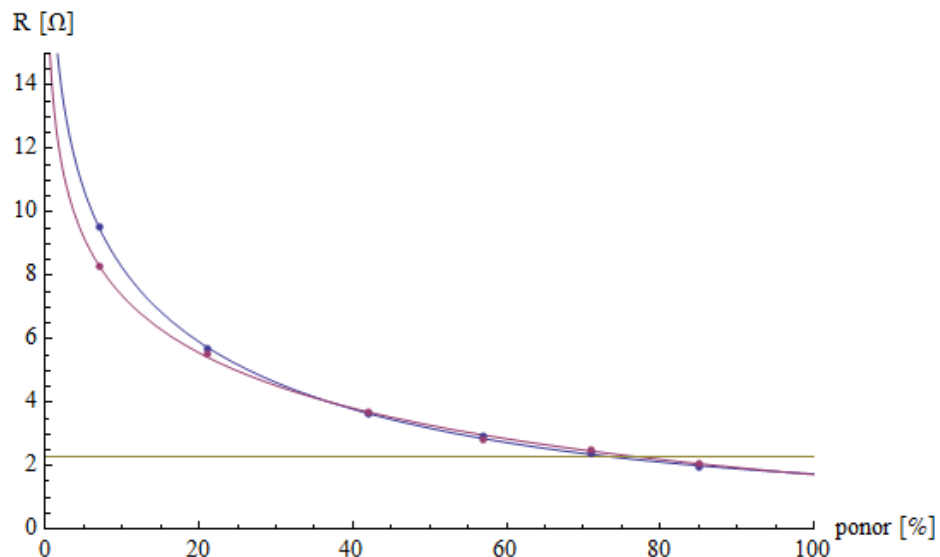
pozn.: červená - hodnota zjištěna v programu Agros bez uvažování dna, modrá - měření

10.1 .4 SOUSTŘEDNÉ VÁLCOVÉ ELEKTRODY

Všechny předchozí druhy zkoumaných uspořádání elektrod byly modelovány v programu Agros2D pouze dvojrozměrně. Tento případ soustředných válcových elektrod je výjimka. V tomto případě je dané uspořádání osově symetrické a je možné jej modelovat trojrozměrně a porovnat vypočtené hodnoty přímo s měřením.



Při pohledu na obrázky 41 a 42 je patrné, že na spodní pravoúhlé hraně válcové nádoby je největší intenzita el. pole, tedy i proudová hustota. Takových to ostrých hran je třeba se vyvarovat, neboť v těchto místech budou největší joulovy ztráty a bude tak velmi snadno docházet k varu roztoku. Vhodnější jsou zaoblené hrany.



obr. 50 Závislost odporu na ponoru při vodivosti 2 S/m

pozn.: žlutá - hodnota zjištěna v programu Agros bez uvažování dna, modrá - Agros v 3D, růžová - měření.

Jak je z grafu závislosti odporu na ponoru patrné, měření odpovídá teoretickým hodnotám vypočteným v programu Agros2D.

10.2 ZHODNOCENÍ

Při zkoumání jednotlivých uspořádání se ukázalo, že v případech ve kterých jsou elektrody ve společné nádobě, je odpor mezi dvěma elektrodami ovlivněn proudovým polem třetí elektrody. Z důvodu nejednoznačnosti vzájemných odporů mezi elektrodami při různých hodnotách přiložených potenciálů nelze první tři varianty pokládat za použitelné. V tomto ohledu má poslední varianta se soustřednými elektrodami nespornou výhodu. V tomto případě se totiž proudová pole mezi fázovými a zemními elektrodami navzájem neovlivňují, neboť se rozkládají v oddělených prostorech.

Z těchto důvodů byla pro návrh spouštěče vybrána varianta se soustřednými elektrodami v jedné společné nádobě. Pro tento případ návrhu je i velkou výhodou možnost řešit zvlášť teplotní a elektrické vlastnosti, protože rozměry celkové nádoby neovlivňují vzájemný odpor elektrod. Krom toho je to jediný případ, kdy lze využít Agros2D k plnohodnotnému výpočtu odporu.

11. NÁVRH NOVÉHO SPOUŠTĚČE

Návrh spouštěče má dvě části. První z nich je navrhnout geometrické uspořádání spouštěče tak, aby odpor spouštěče byl i na začátku posledního nájezdu v rozmezí nejméně $3,6\Omega$.

Druhá část návrhu řeší tepelné vlastnosti spouštěče, aby dokázal pohltit potřebné množství tepla a přitom to nepřipustně ovlivnilo vodivost roztoku a tedy celkový odpor.

11.1 NÁVRH GEOMETRICKÉHO USPOŘÁDÁNÍ ELEKTROD

Při návrhu vnitřního uspořádání tedy musíme dosáhnout v horní vytažené poloze nejméně $3,67\Omega$. V dolní poloze musíme dosáhnout pokud možno co nejmenší hodnoty odporu. Nejprve byl odhadnut poměr poloměrů elektrod, vodivost a výška roztoku, tak aby bylo dosaženo odporu cca $0,5\Omega$.

$$R = \frac{1}{2\pi \cdot h \cdot \gamma} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (89)$$

kde γ je měrná vodivost roztoku, h je výška sloupce roztoku, r_2 je poloměr vnější elektrody a r_1 je poloměr vnitřní elektrody. Jako výchozí pro soustředné elektrody byly přijaty tyto parametry:

$$r_2 = 20 \text{ cm}, r_1 = 3 \text{ cm}, h = 1,5 \text{ m}, \gamma = 0,4 \text{ S/m}$$

Přesné řešení s vlivem dna a rozsah dosažitelných odporů bude dořešen pomocí programu Agros2D.

Určením poměru poloměrů je třeba dosáhnout přibližně minimální hodnoty odporu (plně ponořené elektrody). Poloměr vnější elektrody r_2 by s ohledem na předpokládané rozměry neměl být větší než $0,5\text{m}$. Poloměr vnitřní elektrody je zase limitován proudem, který jí poteče. Z průběhu proudu v čase na obr. 59 je patrné, že elektrodou běžně poteče proud až 250A . Počítejme však raději i se stavem který by neměl nastat tedy trojnásobkem 750A . Poloměr r_1 by tedy neměl být menší než 1cm . Rovněž musíme dbát na to, aby nedocházelo k lokálnímu varu roztoku, k čemuž dochází při příliš velké proudové hustotě. Ta je vždy nejvyšší kolem povrchu vnitřní elektrody. Při měření bylo zjištěno, že k lokálnímu varu roztoku na hraně elektrody dochází přibližně při proudové hustotě $0,4 \text{ A/cm}^2$, tj. 4000A/m^2 . Tato hodnota je rozdílná pro každou elektrodu podle jejího zaoblení hran. Vysloveně ostré hrany elektrody tuto hodnotu

výrazně zmenšují. Z tohoto pohledu je nejkritičtější situace na začátku nájezdu, kdy velkého odporu dosahujeme malým ponorem elektrody, tedy malou plochou. Z průběhu proudu v čase na obr. 59 je patrné, že na počátku spouštěčem prochází přibližně 80A.

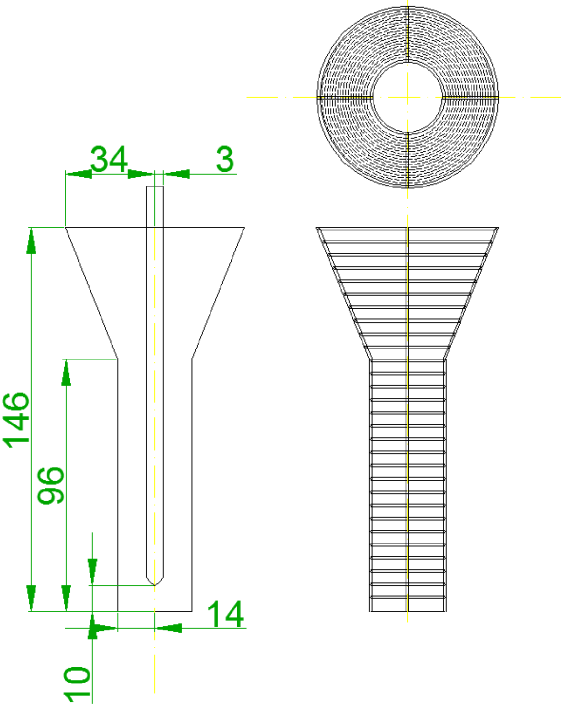
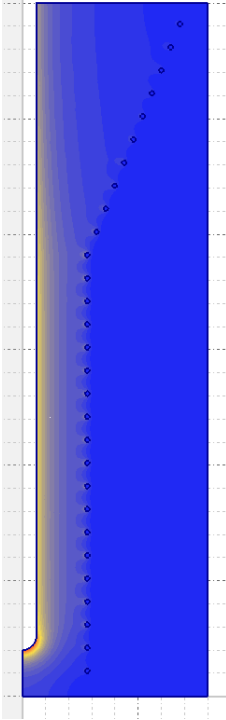
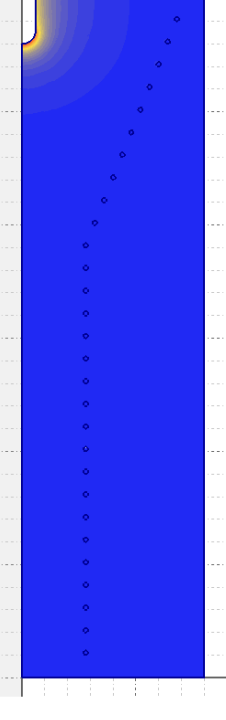
Máme tedy další podmínku: $J < 0,4 A/cm^2$, z čehož plyne minimální povrch elektrody:

$$S > 80/0,4 = 200 \text{ cm}^2.$$

Při zkoušení různých poměrů poloměrů elektrod a vodivostí roztoků se ukázalo, jako dost obtížné dosáhnout stavu, kdy by při minimálním ponoru alespoň na chvíli nedošlo k lokálnímu varu. Dosáhneme-li plochy alespoň 200cm^2 větším ponorem nebo poloměrem, odpor výrazně klesne. Abychom odpor zvýšili, bylo by nutné použít méně vodivý roztok, tím ale vzroste odpor při plně zasunutých elektrodách. Zvětšování odporu větším poloměrem vnější elektrody je těžko proveditelné, protože by rozměry vnější elektrody nabyly nereálně velkých rozměrů. Bylo zvoleno řešení s poloměrem vnitřní elektrody 3 cm a minimálním ponorem 10cm. Přičemž konec elektrody je zakulacený s poloměrem 3 cm. Tyto rozměry odpovídají ploše 188 cm^2 . Tyto rozměry byly zvoleny jako kompromis. Je možné, že při minimálním ponoru, bude docházet k lokálnímu varu na zaobleném konci elektrody.

11.1.1 MODEL V AGROSU

V programu Agros2D byl nejprve zhotoven model dle rozměrů vypočtených v minulé kapitole. Při výpočtu modelu se ukázalo, že při maximálním ponoru tj. 140 cm lze dosáhnout odporu $0,47 \Omega$, což lze považovat za přijatelnou hodnotu, zvláště vezmeme-li v potaz, že na konci startu bude teplota roztoku vyšší a odpor spouštěče menší. V případě minimálního ponoru, tj. 10 cm vychází odpor $4,8 \Omega$. Tato hodnota by se mohla zdát jako vyhovující neboť chceme dosáhnout hodnoty $3,7 \Omega$, ale je nutné počítat s ohřevem roztoku a tedy poklesu odporu. Odpor při minimálním ponoru byl zvýšen úpravou geometrie, ve které se poloměr vnější elektrody v horní třetině rozšiřuje z poloměru 14 cm až na poloměr 35 cm. V dolních dvou třetinách má vnější elektroda stále stejný poloměr 14 cm až ke dnu nádoby s kterou je vodivě spojena. Touto úpravou se odpor při minimálním ponoru zvýší na hodnotu $5,95 \Omega$. Touto "rezervou" se zvýší teplotní rozsah, v němž je spouštěč schopen dosáhnout požadované hodnoty $3,7 \Omega$. Jak je z obrázků patrné, vnější elektroda je tvořena navzájem propojenými prstenci. Průměr tyčí prstenců byl zvolen 1 cm.

		
<p>obr. 51 Výkres se základními rozměry elektrod</p>	<p>obr. 52 Proudová hustota - R_{\min}, ponor 140 cm</p>	<p>obr. 53 Proudová hustota - R_{\max}, ponor 10 cm</p>

V modelu je počítáno, že výchozí měrná vodivost roztoku je 0,4 S/m, při teplotě 20°C. To odpovídá koncentraci 0,08 %. Pro tuto koncentraci platí teplotní závislost popsaná touto rovnicí:

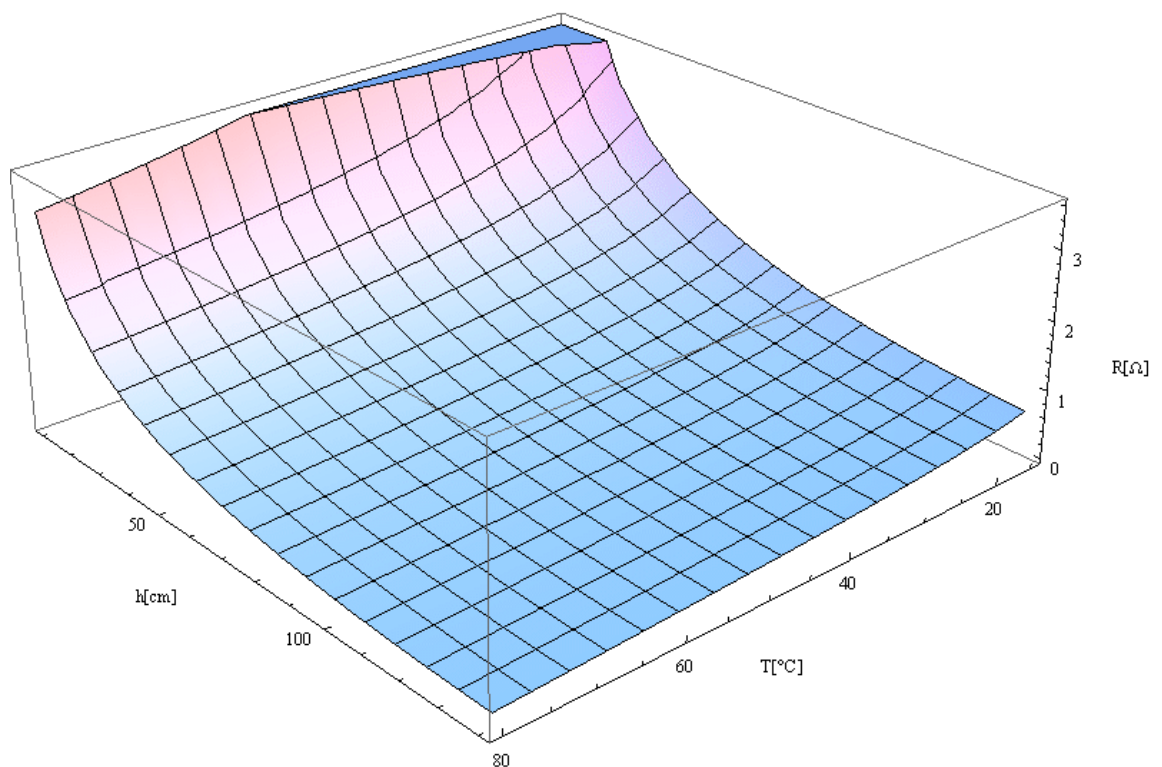
$$\gamma = 0.2494 + 0.007114T \quad (90)$$

11.1.2 ZÁVISLOST ODPORU NA PONORU A TEPLITĚ

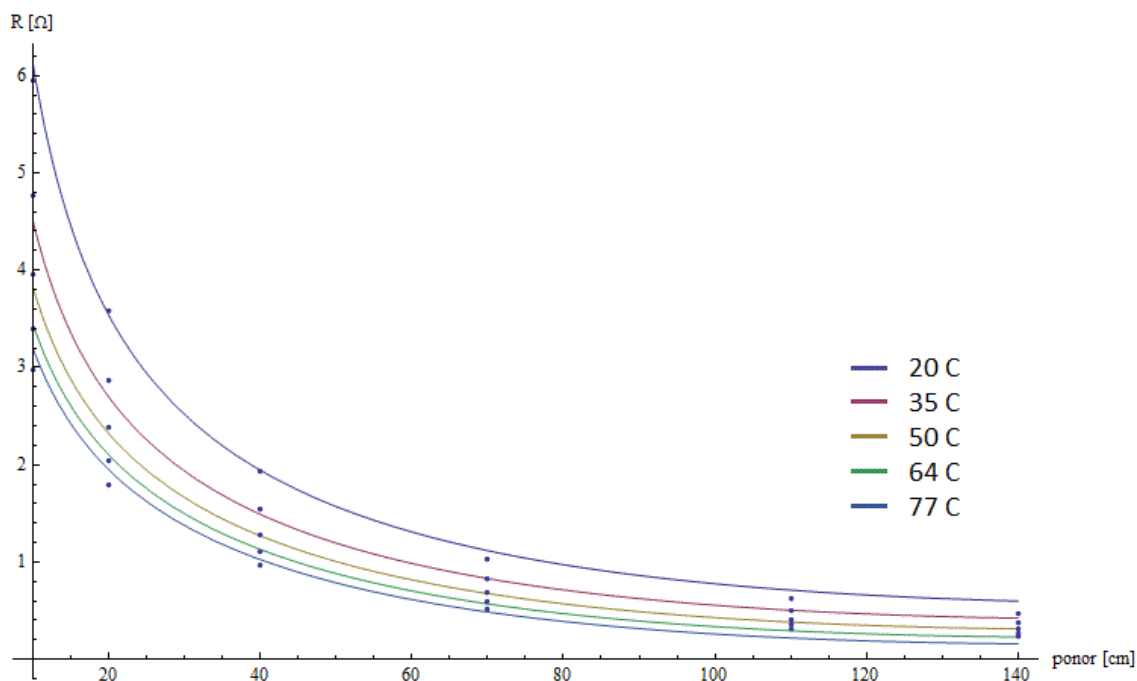
Je zřejmé, že se rozsah dosažitelných hodnot odporů se bude měnit podle teploty roztoku. Způsob jakým se mění odpor v závislosti na ponoru a teplotě popisuje následující rovnice, která je výsledkem proložených hodnot pro různé vodivosti a ponory získané z programu Agros pro různé vodivosti (teploty) a ponory zvolené geometrie:

$$R = 5.364 + 0.0085838h + \frac{7.25}{hT} - 0.004353T - 1.2421\text{Log}[h] \quad (91)$$

kde h je ponor v centimetrech a T je teplota ve stupních celsia.



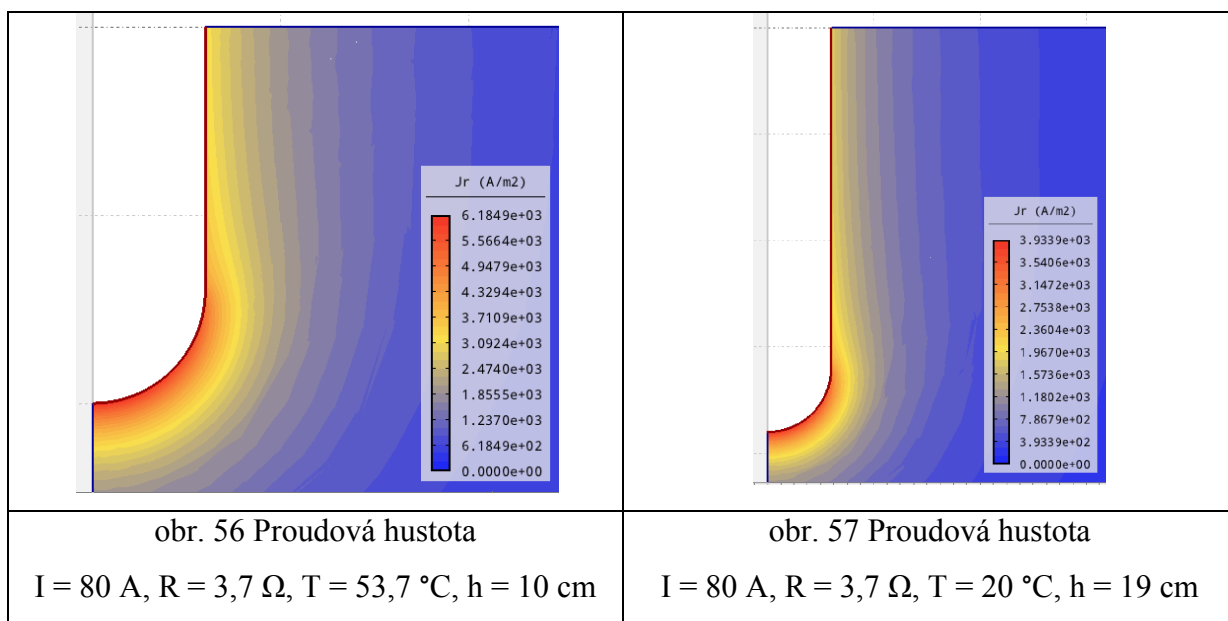
obr. 54 Graf závislosti odporu na teplotě elektrolytu a ponoru elektrody



obr. 55 Graf závislosti odporu nového spouštěče na ponoru pro různé teploty

Jak je z rovnice a grafu patrné, při teplotě 20 °C (např. první nájezd) bude spouštěč dosahovat požadovaného počátečního odporu při ponoru 19 cm. Nejvyšší teplota, při níž je možné začít start a dosáhnout stále při minimálním ponoru požadovaný odpor 3,7 Ω je 53,7 °C. Toto je nutné brát v potaz v matematickém modelu při návrhu chlazení.

Na obr. 54 a 55 je znázorněn průběh proudové hustoty podél povrchu vnitřní elektrody při maximálním odporu $R = 3,7 \Omega$, teplotě 20 °C a teplotě 53,7 °C.



Je pravděpodobné, že při třetím nájezdu bude docházet k lokálnímu varu na zaobleném konci elektrody. Určení přesné hodnoty proudové hustoty, při které dojde k lokálnímu varu u této elektrody by bylo nutné ověřit přímo na elektrodě s těmito rozměry

11.2 TEPELNÝ MODEL

Tepelný model spouštěče vychází z nároku tří hodinových startů motoru s hodinovými rozestupy. Známe průběh otáček během startu, ale neznáme průběh vyřazování odporu během nájezdu. Průběh vyřazování odporu během nájezdu bude odhadnut a stanoven tak, aby konečná teplota, tedy celkové zmařené teplo vycházelo stejně jako při měření na stávajícím spouštěči. Teplotní koeficient přestupu tepla a emisivita, bude vypočten dle M. A. Michejeva. Reálnost vypočtené dosažené teploty a chladnutí spouštěče bude porovnáno s měřením.

Je zřejmé, že roztok se nebude v celém svém objemu zahřívat rovnoměrně, ale v závislosti na proudové hustotě v uvažovaném elementu objemu. Rozdíl teplot roztoku v různých částech nádoby bude vyvolávat proudění. Tím se bude do značné míry roztok míchat a sdílení tepla směrem k stěnám nádoby bude probíhat snáze. Pro náš případ uvažujeme ideální stav, kdy se roztok dobře míchá. Ve skutečnosti tomu tak po celou dobu nebude. Zejména ve chvílích kdy jsou elektrody v krajní horní poloze. Tehdy se roztok prudce zahřívá v horní vrstvě a sdílení tepla mezi molekulami roztoku prouděním se prakticky neodehrává, neboť roztok je ohříván ze shora.

11.2.1 ČASOVÝ PRŮBĚH PROUDU

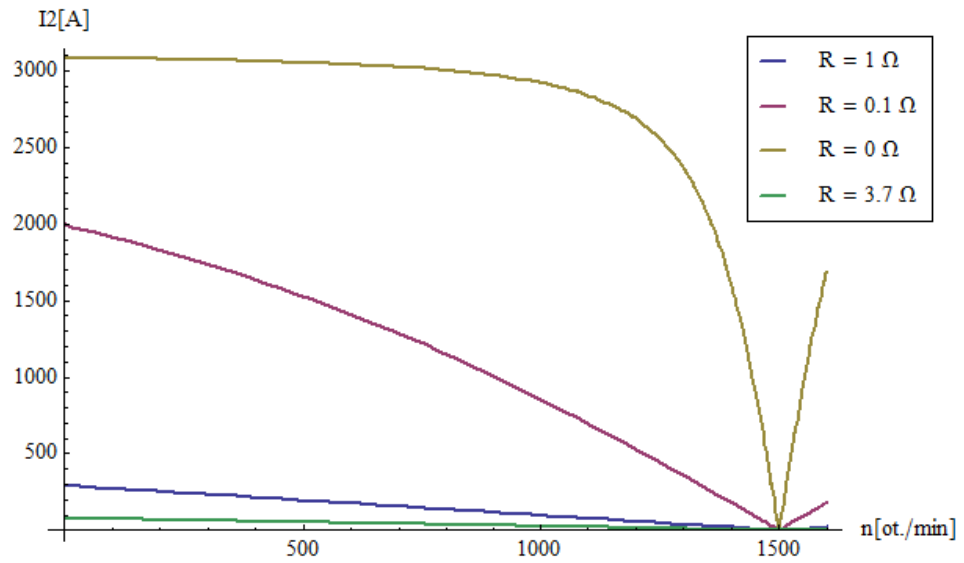
Vycházejme z toho, že přepočtený rotorový proud ASM je dán rovnicí č.13 :

$$I'_2 = \frac{U_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')^2}} \quad (92)$$

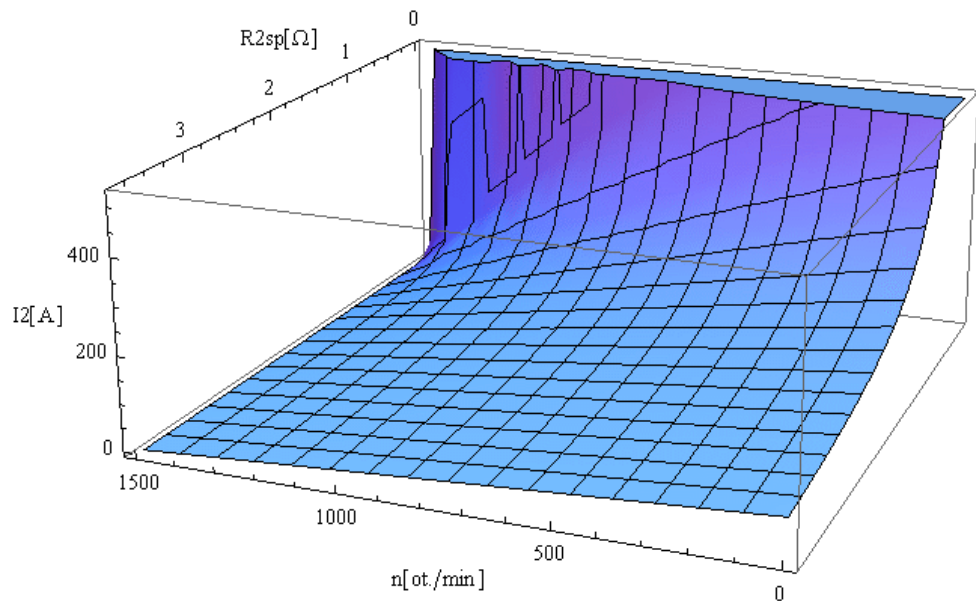
Příčemž přepočtem dostaneme skutečný rotorový proud I_2 :

$$I_2 = \sqrt{(I'_2)^2 \cdot \frac{R_2'}{R_2}} \quad (93)$$

Rotorový proud je, jak z rovnice (92) vyplývá, závislý na otáčkách motoru a velikosti zařazeného odporu. Tyto závislosti jsou znázorněny na následujících dvou grafech.



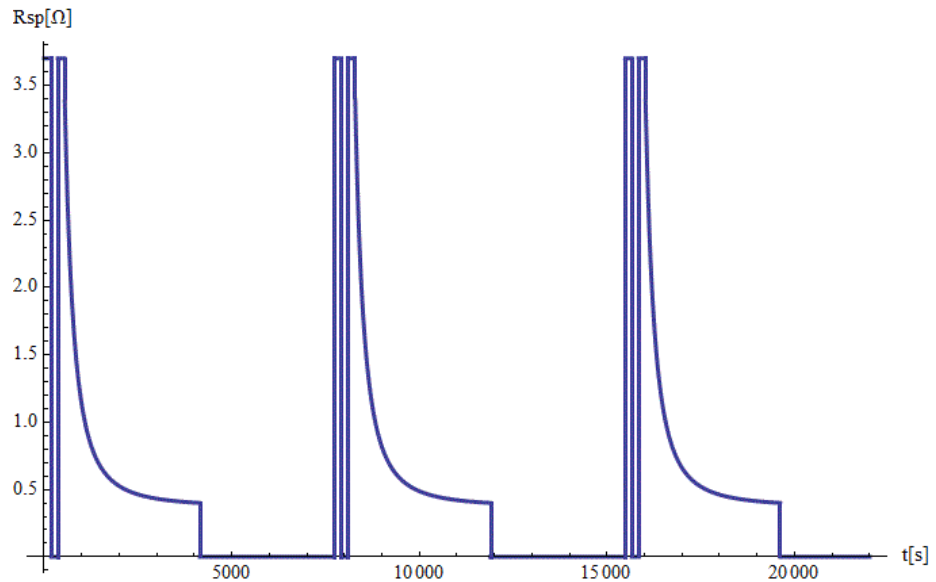
obr. 58 Graf závislosti rotorového proudu na otáčkách pro různé hodnoty odporu



obr. 59 Graf závislosti rotorového proudu na odporu spouštěče a otáčkách

Není znám přesný časový průběh, jak je odpor z obvodu rotoru při nájzdu vyřazován. Nicméně ze znalosti průběhu otáček (obr. 11) a znalosti jak se mění momentová charakteristika motoru při zařazování odporu, můžeme odhadnout, že časový průběh zařazovaného odporu v oblasti lineárního nárůstu otáček bude přibližně vypadat podle funkce:

$R(t) = a + \frac{b}{t^c}$, kde a, b, c jsou vhodné koeficienty, které byly zvoleny tak, abychom dosáhli stejné teploty jako u reálného spouštěče. Takto odhadnutý časový průběh zařazeného rotorového odporu tedy vypadá takto:

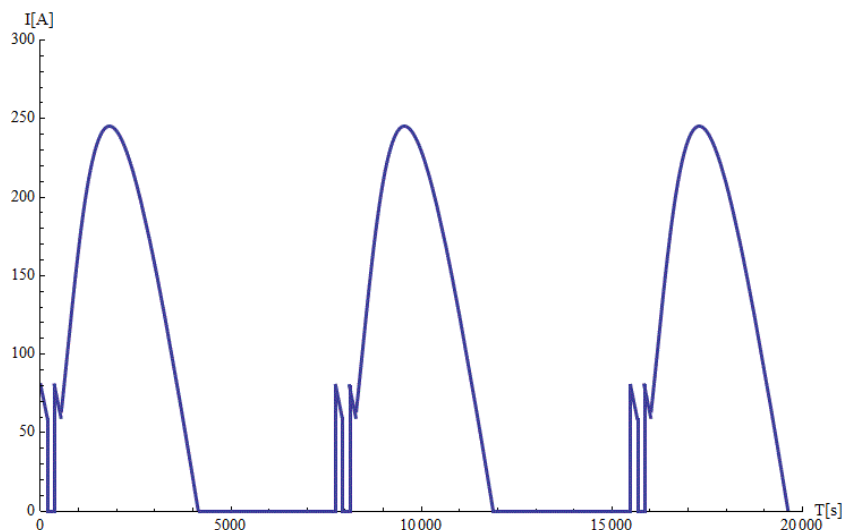


obr. 60 Časový průběh zařazeného odporu

Díky znalosti funkcí časových průběhů velikosti zařazeného odporu a otáček zjistíme časový průběh rotorového proudu dosazením rovnice 92 do 93 a následnou úpravou vznikne:

$$I_2[R_{2sp}(t), n(t)] = \sqrt{\left[\frac{U_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{(R_{2sp}(t) + R_2) \cdot p}{n_1 - n(t)} \right)^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma})^2}} \right]^2 \cdot p} \quad (94)$$

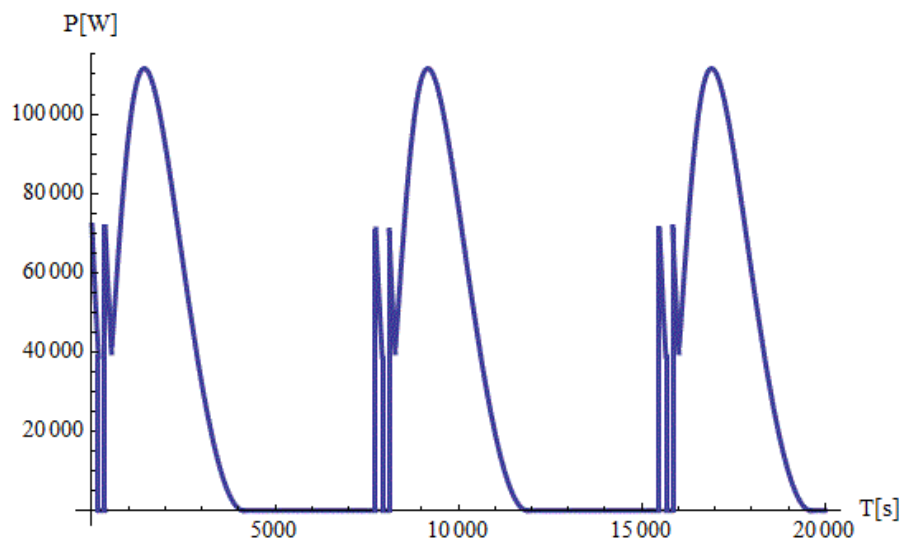
kde $R_{2sp}(t)$ je hodnota odporu spouštěče, n_1 jsou synchronní otáčky a p je poměr mezi přepočtenou a skutečnou hodnotou odporu (viz. kap. 6.2.1).



obr. 61 Časový průběh rotorového proudu

Nyní když známe časový průběh rotorového proudu, otáček a velikost zařazeného odporu, můžeme zjistit časový průběh výkonu, který ve spouštěči měníme na teplo. Ten je dán vztahem:

$$P(t) = R(t) \cdot I^2(t) \quad (95)$$



obr. 62 Časový průběh tepelného výkonu

Z časového průběhu tepelného výkonu vypočteme celkovou tepelnou energii, která je ve spouštěči přeměněna na teplo, jenž je dána vztahem:

$$W = \int P(t) dt \quad (96)$$

Za jeden nájezd při uvedených podmínkách přijme stávající spouštěč teplo 257 MJ.

11.2 .2 TEPELNÝ MODEL STÁVAJÍCÍHO SPOUŠTĚČE

Řešením Fourier-Kirchhoffovy rovnice je možné zjistit časový průběh teploty spouštěče. K tomu je ovšem zapotřebí znát koeficient přestupu tepla α a emisivitu ε . Koeficient α určíme dle [6]. Při určování koeficientu přestupu tepla α mezi okolním vzduchem a pláštěm nádoby spouštěče vycházíme ze změřeného průběhu teploty (obr. 17). Hodnoty ν a λ jsou použity z [8].

Výpočet koeficientu alfa

- významným rozměrem spouštěče je jeho výška $l = 1,2 \text{ m}$
- teplota okolí $T_{okolí} = 23^\circ\text{C}$, teplota povrchu spouštěče $T_{spouštěč} = 66^\circ\text{C}$, dle obr. 17.
- teplotní objemová roztažnost vzduchu:

$$\beta = \frac{2}{T_{spouštěč} + T_{okolí}} = \frac{2}{(273 + 66) + (273 + 23)} = 0,00314 \text{ K}^{-1} \quad (97)$$

- tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- střední teplota $T_{stř} = |T_{spouštěč} - T_{vzduch}| = 43^\circ\text{C}$
- kinematická viskozita vzduchu pro střední teplotu $T_{stř}$ je $\nu = 17,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Z čehož zjistíme Grashofovo číslo:

$$Gr = \frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g \cdot l^3}{\nu^2} = 7,7 \cdot 10^9 \text{ [-]} \quad (98)$$

Pro rozmezí teplot $0-100^\circ\text{C}$ platí, že Prandtlovo číslo Pr je takřka konstantní:

$$Pr = 0,71 \text{ [-]} \quad (99)$$

Na základě součinu: $Pr \cdot Gr = 5,47 \cdot 10^9$ jsou stanoveny konstanty $c = 0,135$ a $n = 1/3$, které uplatníme při výpočtu Nusseltova čísla:

$$Nu = c \cdot (Pr \cdot Gr)^n = 237 \text{ [-]} \quad (100)$$

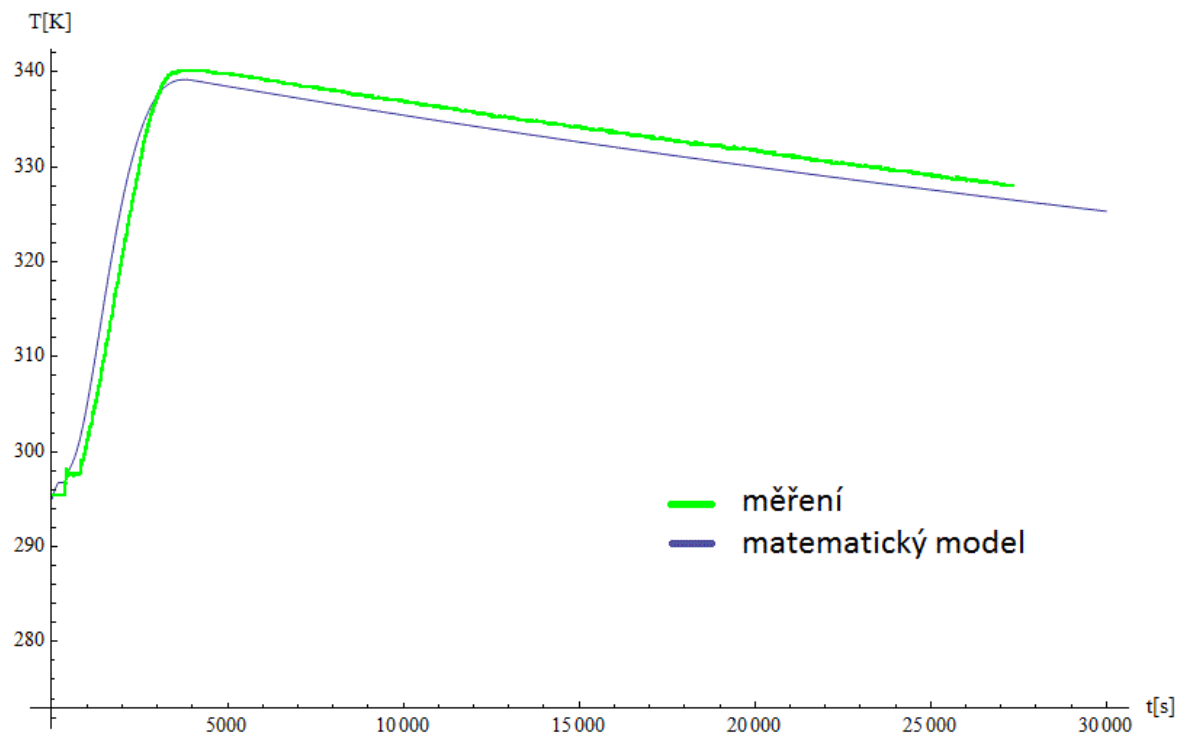
Dosazením Nusseltova čísla, teplotní vodivosti vzduchu $\lambda = 0,0272 \text{ W/mK}$ a charakteristického rozměru $l = 1,2 \text{ m}$ do následujícího vztahu dostaneme teplotní koeficient alfa:

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l} = 5,39 \text{ [-]} \quad (101)$$

Protože funkci elektrického výkonu $P_{el}(t)$, kterým je spouštěč ohříván, můžeme pomocí Fourier-Kirchhoffovy rovnice určit průběh teploty v čase.

$$m.c. \frac{dT(t)}{dt} = P_{el} - (P_{zár} + P_{sál}) = P_{el}(t) - (\alpha \cdot S \cdot (T(t) - T_{okoli}) + \sigma \cdot \varepsilon \cdot S \cdot (T(t)^4 - T_{okoli}^4)) \quad (102)$$

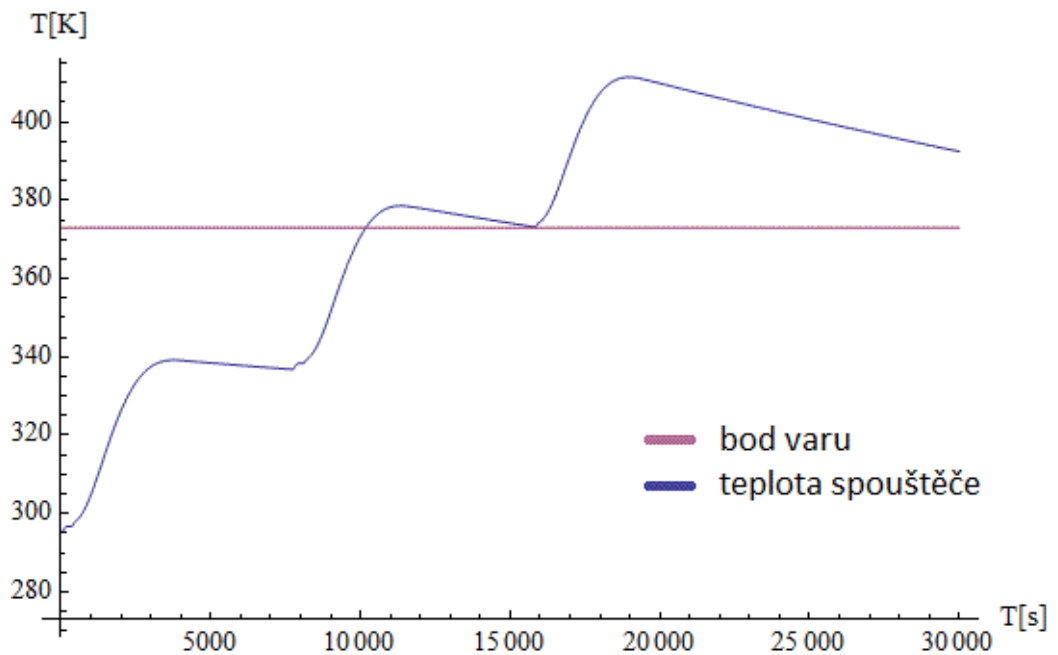
kde m je hmotnost spouštěče, α je koeficient přestupu tepla, σ je Stephan-Boltzmannova konstanta, ε je emisivita a S je plocha spouštěče. Řešením této diferenciální rovnice s počáteční podmínkou $T(t=0) = 295 \text{ K}$, dostaneme průběh teploty na čase. Při spočteném koeficientu přestupu tepla $\alpha = 5.4$ a odhadnuté emisivitě $\varepsilon = 0,4$ vychází průběhy teplot takto:



obr. 63 Teplota stávajícího spouštěče během jednoho startu

Pozn.: Kompletní řešení teplotního modelu je v příloze č. 4

Podle matematického modelu se spouštěč se ohřeje z 23 na 66 °C. Při reálném měření teplota elektrolytu dosáhla teploty 67 °C (měření). Nutno podotknout, že PTC čidlo bylo ponořeno cca 10 cm pod hladinu elektrolytu, kde je jeho teplota nejvyšší.



obr. 64 Vypočtená teplota stávajícího spouštěče během tří startů

Jak je z grafu patrné, pokud by se stávajícím spouštěčem proběhly tři starty za sebou s hodinovým rozestupem, pak by již během druhého startu došlo k jeho varu.

11.2.3 TEPELNÝ MODEL NOVÉHO SPOUŠTĚČE

Nový spouštěč musí být navržen tak, aby i za teploty okolí 30 °C vydržel tři stejné nájezdy a nedošlo přitom k varu solanky. Také je zapotřebí, aby na začátku třetího nájezdu bylo možné docílit maximálního odporu 3,7 Ω, tzn. aby jeho teplota nebyla více než 53 °C.

Při pohledu na Fourier-Kirchhoffovu (rov. 102) je zřejmé, že nový spouštěč musí mít buď větší tepelnou kapacitu (více elektrolytu), větší povrch (žebrování) nebo je třeba zvýšit koeficient α (nucené chlazení).

Bylo zvoleno řešení s pasivním chlazením. Zvětšíme nádobu spouštěče a z bočních stran nádobu opatříme žebrováním. Tedy zvětším její povrch a objem. Na základě matematického modelu byly zvoleny tyto rozměry nového spouštěče:

výška: 1,6 m, délka: 2,5 m, hloubka: 1,2 m. Hladina roztoku sahá 10 cm pod okraj.

Z toho vyplývá, že objem bude $V = 1,5 \cdot 2,5 \cdot 1,2 = 4,5 \text{ m}^3$, proto budeme uvažovat že elektrolyt má hmotnost: $m = \rho \cdot V = 4500 \text{ kg}$.

Povrch bude dvojnásobný oproti tomu, jaký by měl kvádr s uvedenými rozměry, čehož bude docíleno žebrováním na bočních stranách.

Postup při výpočtu koeficientu alfa nového spouštěče je stejný jako u stávajícího s tím rozdílem, že zde nejprve řešíme zjednodušenou Fourier-Kirchhoffovu rovnici, v níž zanedbáme člen respektující chlazení prouděním. Takto získáme orientační teplotu dosaženou po třetím nájezdu, která je 65 °C .

Výpočet koeficientu alfa

teplota okolí $T_{okolí} = 30 \text{ °C}$, teplota spouštěče $T_{spouštěč} = 65 \text{ °C}$

výška $l = 1,6 \text{ m}$

teplotní objemová roztažnost vzduchu:

$$\beta = \frac{2}{T_{spouštěč} - T_{okolí}} = \frac{2}{65 - 30} = 0,00314 \text{ K}^{-1} \quad (103)$$

tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

střední teplota $T_{stř} = |T_{spouštěč} - T_{vzduch}| = 35 \text{ °C}$

kinematická viskozita vzduchu pro střední teplotu $T_{stř}$ je $\nu = 19,27 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Z čehož zjistíme Grashofovo číslo:

$$Gr = \frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g \cdot l^3}{\nu^2} = 1,18 \cdot 10^{10} [-] \quad (104)$$

Pro rozmezí teplot $0-100 \text{ °C}$ platí, že Prandtlovo číslo Pr je takřka konstantní:

$$Pr = 0,71 [-] \quad (105)$$

Na základě hodnoty součinu: $Pr \cdot Gr = 8,39 \cdot 10^9$ jsou stanoveny konstanty $c = 0,135$ a $n = 1/3$, které uplatníme při výpočtu Nusseltova čísla:

$$Nu = c \cdot (Pr \cdot Gr)^n = 274 [-] \quad (106)$$

Dosazením Nusseltova čísla, teplotní vodivosti vzduchu $\lambda = 0,0286 \text{ W/mK}$ a charakteristického rozměru l do následujícího vztahu dostaneme teplotní koeficient alfa:

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l} = 4,9[-] \quad (107)$$

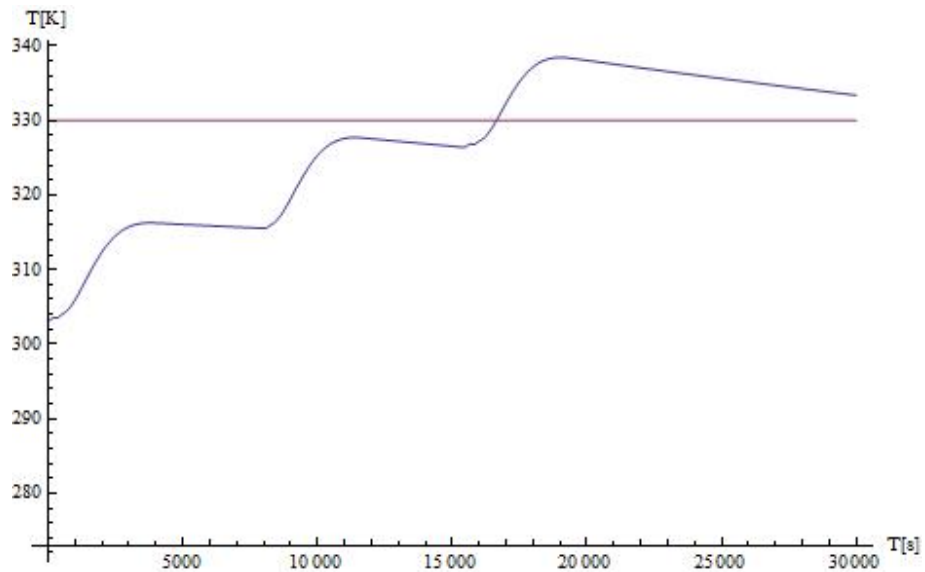
Žebrování, které zvětší povrch jímž bude odváděno teplo do okolí zmenší proudění vzduchu, což budeme respektovat ponížením hodnoty alfa o jedna, takže:

$$\alpha = 3,9 [-] \quad (108)$$

Hodnota teplotního koeficientu alfa je dost závislá na teplotním rozdílu spouštěče a okolního vzduchu. Teplotní rozdíl se ale mění s časem. Zde použitá hodnota je pro teplotní rozdíl na konci nájezdu.

Průběh teploty v čase získáme řešením Fourier-Kirchhoffovy rovnice (rov. 102) stejně jako v předchozím případě. Pouze počáteční podmínka bude $T_{(t=0)} = 303 \text{ K}$. Pro spouštěč s těmito rozměry při stejném nájezdu a okolní teplotě 30 °C bude časový průběh jeho teploty vypadat podle následujícího grafu.

Pozn.: Kompletní řešení teplotního modelu nového spouštěče je v příloze č. 5

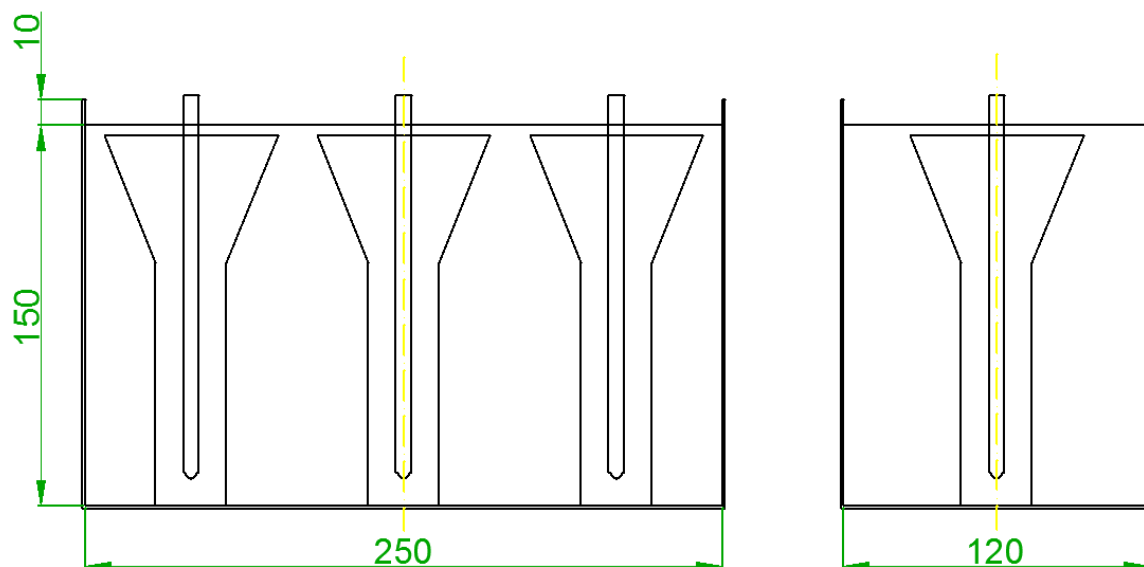


obr. 65 Teplota nového spouštěče

Jak je z grafu patrné, tak navržený spouštěč i při těch nejnejpříznivějších podmínkách, zvládne tři nájezdy a i na začátku třetího nájezdu bude dosahovat požadovaného odporu $3,7 \Omega$.

11.3 NÁKRES GEOMETRICKÉHO USPOŘÁDÁNÍ

Z teplotního modelu nového spouštěče vyplynuly celkové požadavky na objem a povrch spouštěče a tedy jeho rozměry.



obr. 66 Nákres nového spouštěče

Pozn.: V nákresu nejsou zakresleny jednotlivé tyče tvořící síť ani uzemňené elektrody, ani jejich vzájemné pospojení a uzemnění.

12. ZÁVĚR

V úvodních kapitolách se tato práce věnuje základním vztahům a principu asynchronního motoru, elektrostatického a proudového stacionárního pole. Byl popsán analytický, ale především i numerický způsob výpočtu odporu pomocí metody konečných prvků, kterou používá program Agros2D, jenž byl při modelování proudového pole použit.

V následujících kapitolách bylo popsáno celé soustrojí a jeho provozní režim včetně jeho specifických vlastností. K zjištění provozních podmínek bylo provedeno měření otáček soustrojí a teploty spouštěče. Dále bylo provedeno měření odporu stávajícího spouštěče. Na základě parametrů motoru, které byly k dispozici z protokolu při nedávné opravě byla vypočtena jeho momentová charakteristika a byl stanoven její posun při různých hodnotách zařazeného odporu. Na základě těchto měření byly stanoveny požadavky na nový spouštěč.

Pro porovnání jednotlivých možných koncepcí a geometrických uspořádání elektrod byly zhotoveny modely, na nichž bylo provedeno měření. Experimentálně byla ověřena závislost odporu na vzájemné vzdálenosti elektrod a jejich ponoru. Ukázalo se, že závislost odporu na ponoru má u všech uspořádání charakter lomené nebo logaritmické funkce. Jako nejvhodnější byla vybrána koncepce soustředných elektrod.

Jako roztok byl vybrán hydroxid sodný, u něžž bylo provedeno měření jeho vodivosti v závislosti na teplotě a koncentraci.

Při samotném návrhu konkrétního uspořádání elektrod byly nejprve stanoveny orientační rozměry na základě analytického vzorce. Následně byly v programu Agros2D provedeny potřebné výpočty pro zjištění odporu. K dosažení co největšího odporu při minimálním ponoru byla provedena úprava tvaru vnější elektrody. Na základě výpočtu v programu Agros2D a znalosti funkce vodivosti roztoku na teplotě byl stanoven teplotní rozsah, v němž může spouštěč pracovat a splnit požadované hodnoty odporu.

Proto byl také zhotoven teplotní model spouštěče. Nejprve teplotní model stávajícího spouštěče, na němž byl porovnán výpočet průběhu teploty během nájezdu s měřením. Poté byl zhotoven teplotní model nového spouštěče. Jeho rozměry a žebrování byly zvoleny s ohledem na zvolené rozměry elektrod a teplotní rozsah v němž může spouštěč pracovat.

Jako autor této práce jsem se zabýval technickým řešením spouštěče pro konkrétní požadované zadání. Teoreticky i experimentálně jsem podložil jeho plnou funkčnost. Pro praktické využití spouštěče bude nezbytná následná optimalizace z hlediska výrobních nákladů.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Cigánek, L., Bauer, M., Elektrické stroje a přístroje, Praha 1955
- [2] Novotný, K., Teorie elektromagnetického pole I. Vyd. 2., Praha: Vydavatelství ČVUT, 2005, 187 s., ISBN 80-010-3226-4.
- [3] Agros2D,[online], 2015 [cit. 2015-02-16], Dostupné z: www.agros2D.org
- [4] Hradílek, Z., Lázníčková, I. a KRÁL. Elektrotepelná technika. ČVUT v Praze., 2012, ISBN 978-80-01-04938-9.
- [5] VOŽENÍLEK, Petr; NOVOTNÝ, Vladimír; MINDL, Pavel. Elektromechanické měniče. 1. Vyd., Praha, ČVUT, 2005. 219s. Fakulta elektrotechnická. ISBN 80-01-03137-3
- [6] MICHEJEV, Michail Aleksandrovič. *Základy sdílení tepla*. Praha, 1952.
- [7] MACEK G., Řízení pohonu pomocí měniče Altivar, Praha, ČVUT, 2013, 56 stran, Fakulta elektrotechnická.
- [8] TZB-INFO, [online], 1.2.2001 [cit. 2015-01-04], Dostupné z: <http://vytapani.tzb-info.cz/tabulky-a-vypocty/55-hodnoty-vody-a-vzduchu-pro-vypocet-prestupu-tepla>
- [9] ATKINSON, Kendall; HAN, Weimin; *Theoretical numerical analysis: a functional analysis framework*. New York: Springer-Verlag, 2001, xvi, 450 s. Texts in applied mathematics, 39. ISBN 0387951423.
- [10] SAYAS, Francisco-Javier; <http://www.math.udel.edu/~fjsayas/anIntro2FEM.pdf>. *University of Delaware, : UD Department of Mathematical Sciences*. [online]. 2008 [cit. 2015-05-04]. Dostupné z: <http://www.math.udel.edu/~fjsayas/anIntro2FEM.pdf>

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1 - Hodnoty z měření vodivosti roztoku NaOH

Příloha č. 2 - Hodnoty z měření odporu v jednotlivých přípravcích

Příloha č. 3 - Protokol o kusové zkoušce motoru

Příloha č. 4 - Výpočet teplotního modelu stávajícího spouštěče
v programu Wolfram Mathematica

Příloha č. 5 - Výpočet teplotního modelu stávajícího spouštěče
v programu Wolfram Mathematica

Příloha č. 6 - Modely v Agrosu2D v elektronické

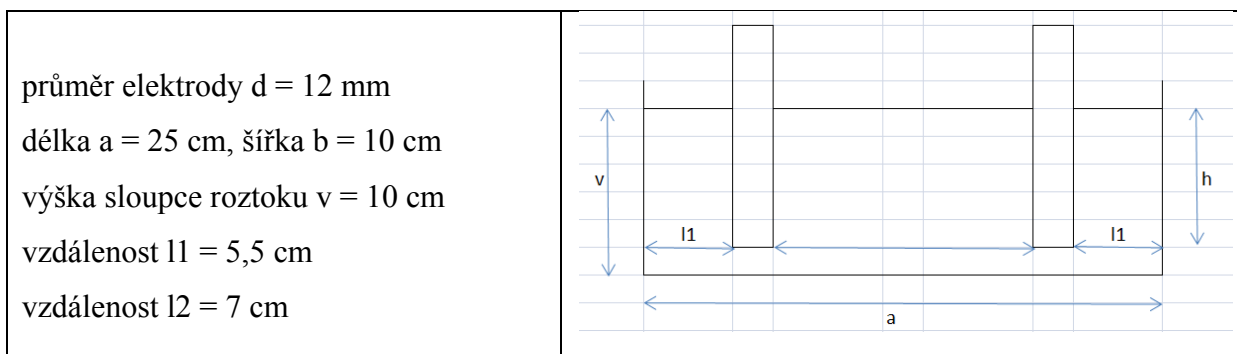
PŘÍLOHA Č.1 - HODNOTY Z MĚŘENÍ VODIVOSTI ROZTOKU NAOH

koncentrace [%]	T [°C]	γ [S/m]		koncentrace [%]	T [C]	γ [S/m]
0,0537	25	0,31		0,18	50	1,211
0,0537	30	0,337		0,18	55	1,29
0,0537	35	0,36		0,18	60	1,37
0,0537	40	0,391		0,31	25	1,65
0,0537	45	0,412		0,31	30	1,781
0,0537	50	0,44		0,31	35	1,943
0,0537	55	0,472		0,31	40	2,1
0,0537	60	0,496		0,31	45	2,26
0,0537	65	0,526		0,31	50	2,37
0,62	25	3,3		0,31	55	2,51
0,62	30	3,52		0,31	60	2,65
0,62	35	3,88		0,31	65	2,79
0,62	40	4,14		0,74	25	3,96
0,62	45	4,36		0,74	30	4,35
0,62	50	4,7		0,74	35	4,82
0,62	55	4,95		0,74	40	5,04
0,62	60	5,16		0,74	45	5,41
0,18	25	0,94		0,74	50	5,68
0,18	30	0,97		0,74	55	6,08
0,18	35	1,01		0,74	60	6,32
0,18	40	1,08		0,74	65	6,48
0,18	45	1,162				

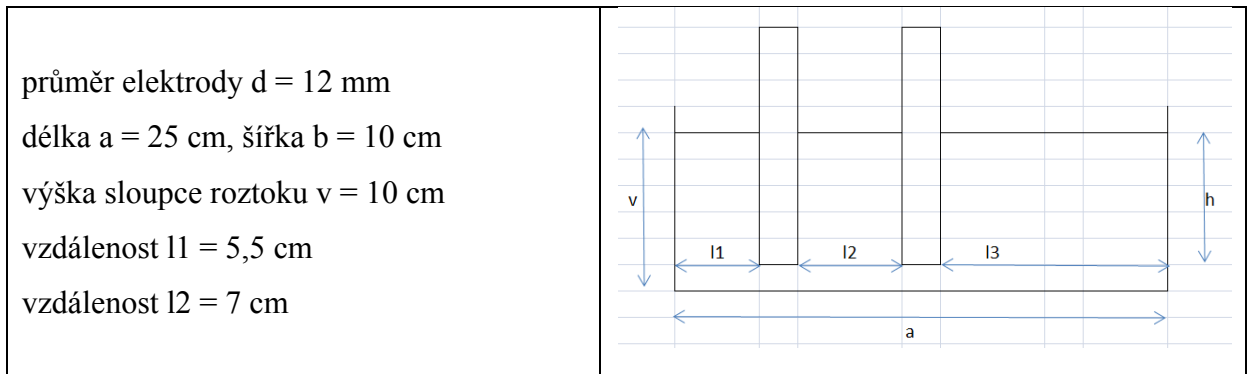
PŘÍLOHA Č. 2 - HODNOTY Z MĚŘENÍ ODPORU V JEDNOTLIVÝCH PŘÍPRAVCÍCH

Měření závislosti odporu na ponoru v obdélníkové nádobě

γ [mS/cm]	21			γ [mS/cm]	11,07		
h [cm]	U [V]	I [A]	R [Ω]	h [cm]	U [V]	I [A]	R [Ω]
0,5	23,35	1,12	20,85	2	12,47	0,855	14,6
1,5	9,08	0,64	14,19	4	11,92	1,37	8,7
3	8,65	1	8,65	7	11,7	2,1	5,6
5	8,32	1,45	5,74	8,5	11,4	2,44	4,7
7,5	7,98	1,95	4,09				



γ [mS/cm]	21			γ [mS/cm]	11,07		
h [cm]	U [V]	I [A]	R [Ω]	h [cm]	U [V]	I [A]	R [Ω]
0,5	17,74	0,849	20,90	2	12,44	0,87	14,3
1,5	17,41	1,47	11,84	4	11,91	1,44	8,3
3	17,13	2,13	8,04	7	11,6	2,15	5,4
5	16,66	3,14	5,31	8,5	11,4	2,56	4,5
7,5	7,95	2,08	3,82				



Měření závislosti odporu na ponoru ve válcové nádobě se třemi elektrodami

měrná vodivost roztoku: 21 mS/cm

průměr válce: 15 cm

výška roztoku: 8 cm

průměr elektrod: 12 mm

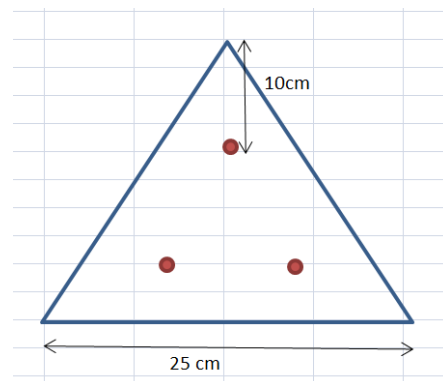
vzdálenost elektrody od okraje nádoby: $4,5 \text{ cm}$

h [cm]	U [V]	I [A]	R [Ω]
0,5	30,02	1,57	19,12
1,5	7,8	0,61	12,79
3	7,64	0,83	9,20
5	7,57	1,178	6,43

Měření závislosti odporu na ponoru v trojúhelníkové nádobě

měrná vodivost roztoku: 21 mS/cm

h [cm]	U [V]	I [A]	R [Ω]
0,5	30,2	1,52	19,9
1,5	29,6	2,3	12,9
3	11,86	1,45	8,2
5	11,56	2,07	5,6
7,5	11,85	2,84	4,2



Měření závislosti odporu na ponoru ve válcové nádobě se soustřednou elektrodou

měrná vodivost roztoku: 22,9 mS/cm

průměr vnitřní elektrody: 12mm

průměr vnější elektrody: 12 cm

výška roztoku: 7 cm

h [cm]	změřeno			Agros2D
	U [V]	I [A]	R [Ω]	R [Ω]
0,5	30,6	3,7	8,3	9,51
1,5	16,7	3,03	5,5	5,7
3	15,99	4,37	3,7	3,63
4	15,26	5,35	2,9	2,919
5	7,8	3,09	2,5	2,4
6	7,69	3,67	2,1	1,95

PŘÍLOHA Č. 3 - PROTOKOL O KUSOVÉ ZKOUŠCE MOTORU

Fázový as. motor		Protokol o kusové zkoušce				Zakázkové číslo 300 096	
AB 1322-4						Pracovní číslo 7210 068	
500	kW	Zat. S1	min.	η 94,0 %	$\cos \phi$ 0,9	Výrobní číslo 122 595	
6 000	V	Provedení	IP21/b	Tvar	IM 1001	Elektr. prov. 17093-120F	
56,8	A	nakrátko				Mechan. prov. -06	
50	Hz	Rotor: fázový - spojovač nakrátko				Třída izolace B/F	
1480	min	fázový - trvale při. kartáče				Prostředí normal.	
718	V	Objednavatel:				Počet kart. 8	
430	A	SIEMENS A&D LD				Jakost kart. C 40 H	
př. 50 kmitech		Běh naprázdno				Spojení: Y	
U_0		I_0		P_{00}			
V	A	A	A	A_{str}	W		
7205	19,58	19,71	19,52	17080			
6001	14,28	14,36	14,29	12730			
4503	10,14	10,17	10,13	9173			
3005	6,74	6,81	6,76	8852			
Měření nakrátko $t = 23 \text{ }^\circ\text{C}$							
U_k		I_k		P_{ik}			
V	A	A	A_{str}	W			
1603	72,20	72,27	72,19	32690			
1276	56,69	56,69	56,65	20320			
960	42,28	42,30	42,26	11410			
645	28,31	28,31	28,31	5174			
Měření odporů			Měření izol. odporů			Zkouška příl. napětím	
Odpor vinutí			Za tepla 5 000 V	Za tepla studena	Za tepla studena		
Vypočítany	Měřeny $t = 23 \text{ }^\circ\text{C}$	Stator	25 000 M Ω	Stator	10 4000 V	1 min.	
Stator	α k Ω	Rotor	19 000 M Ω	Rotor	1 949 V	1 min.	
0,728 Ω	1,39 2 0,695	Měření závitové izolace			Zkouška mech. napětí		
Spojení	1,39 0,695	130 % U_n 3 min.			120 % n_n 2 min.		
Y	1,39 0,695	Měření rot. napětí			Vzduchová mezera		
Rotor	0,0212 2 0,0106				+ Před. 1,5 mm		
0,0103 Ω	0,0212 0,0106	U_1 6 000 V					
Spojení Y	0,0212 0,0106	U_2 730 V					
Hřídelové napětí 6 000 V - $U_3 = 0,12$ V							
Motor vyhovuje EN 60034-1:1998				Kontroloval: <i>J. Horák</i>			
Datum: 31.10.2000				Zkoušel: Horák			

PŘÍLOHA Č. 4 - VÝPOČET TEPLOTNÍHO MODELU STÁVAJÍCÍHO SPOUŠTĚČE V PROGRAMU WOLFRAM MATHEMATICA

```
In[66]:= Clear[R2prep, R2sp, n];
```

```
R2 = 0.0103;
R1 = 0.728;
Uk1 = 1276;
Ik1 = 56.7;
I10 = 14.29;
Pk = 20320;
P0 = 12730;
nn = 1480;
 $\omega_{sm} = \frac{314}{2}$ ;
sn = 1.333;
U1n = 6000;
```

```
MĚŘENÍ NAKRÁTKO;
```

```
Sk = Uk1 * Ik1 *  $\sqrt{3}$ ;
 $\phi_k = \text{ArcCos}\left[\frac{Pk}{Sk}\right] * \frac{180}{\pi}$ ;
R2prep =  $\frac{Pk}{3 * Ik1^2} - R1$ ;
 $X1 = 0.5 * \sqrt{\left(\left(\frac{Uk1}{Ik1 * \sqrt{3}}\right)^2 - (R1 + R2prep)^2\right)}$ ;
X2prep = X1;
```

```
MĚŘENÍ NAPRÁZDNO;
```

```
S0 =  $\sqrt{3} * U1n * I10$ ;
 $\phi_0 = \text{ArcCos}\left[\frac{P0}{S0}\right] * \frac{180}{\pi}$ ;
 $Z0 = \frac{U1n}{I10 * \sqrt{3}}$ ;
R0 = Z0 * Cos[ $\phi_0$  Degree];
X0 = Z0 * Sin[ $\phi_0$  Degree];
X1h = X0 - X1;
Rfe = R0 - R1;
```

```
p =  $\frac{R2}{R2prep}$ ;
n1 = 1500;
```

```
moment[n_, R2sp_] :=  $\left(3 * \frac{(R2 + R2sp)}{p} * \left(\frac{U1n}{\sqrt{3}}\right)^2\right) / \left(\left(\frac{n1 - n}{n1} * \omega_{sm}\right) * \left((X1 + X2prep)^2 + \left(R1 + \frac{P}{\frac{n1 - n}{n1}}\right)^2\right)\right)$ ;
```

```
i2prep[n_, R2sp_] :=  $\frac{U1n}{\sqrt{3}} / \left(\left(R1 + \left(R2prep + \frac{R2sp}{p}\right) / \frac{n1 - n}{n1}\right)^2 + (X1 + X2prep)^2\right)^{0.5}$ ;
```

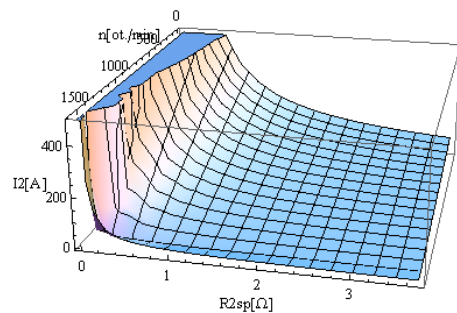
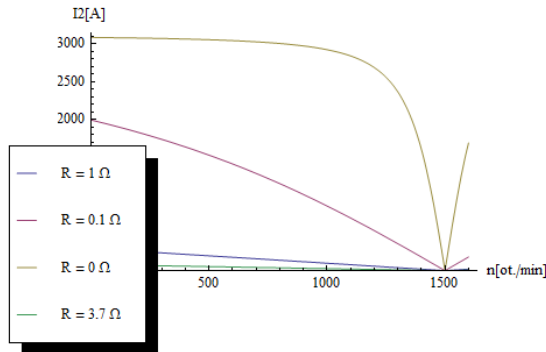
```
i2[n_, R2sp_] =  $\sqrt{\left(i2prep[n, R2sp]^2 * \frac{1}{p}\right)}$ ;
```

```

<< PlotLegends`
Plot[{i2[n, R2sp] /. R2sp -> 1, i2[n, R2sp] /. R2sp -> 0.1, i2[n, R2sp] /. R2sp -> 0, i2[n, R2sp] /. R2sp -> 3.7},
{n, 0, 1600}, AxesLabel -> {"n[ot./min]", "I2[A]"},
PlotLegend -> {"R = 1 Ω", "R = 0.1 Ω", "R = 0 Ω", "R = 3.7 Ω"}]
|
Plot3D[i2[n, R2sp], {n, 0, 1600}, {R2sp, 0, 3.7}, AxesLabel -> {"n[ot./min]", "R2sp[Ω]", "I2[A]"}]

```

ZAVISLOST ROTOROVEHO PROUDU NA OTACKACH A ODPORU SPOUSTECE;



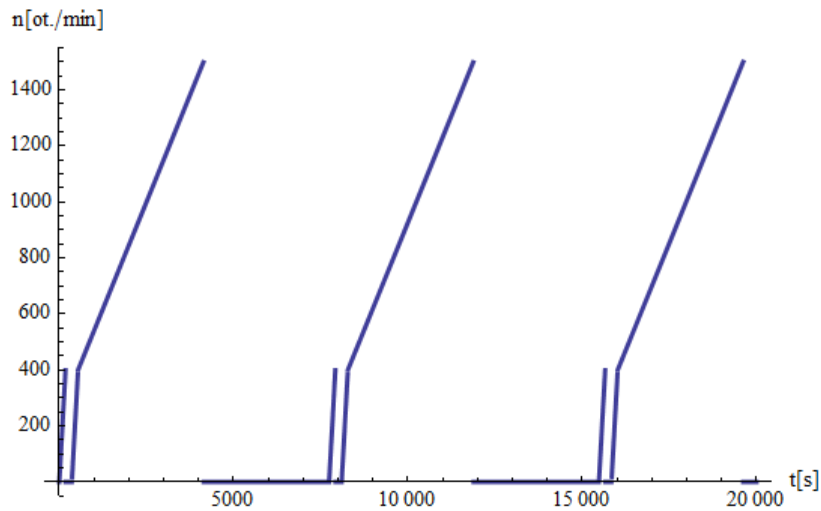
CASOVY PRUBEH OTACEK MOTORU;

```

n[t_] := Piecewise[{{
  {400/180 * t, t <= 180 && t >= 0}, {0, t > 180 && t <= 360},
  {400/180 * t - 800, t > 360 && t <= 540}, {1500 - 400/3600 * t + 235, t > 540 && t <= 4140},
  {0, t > 4140 && t <= 7740}, {400/180 * t - 17200, t > 7740 && t <= 7920}, {0, t > 7920 && t <= 8100},
  {400/180 * t - 18000, t > 8100 && t <= 8280}, {1500 - 400/3600 * t - 2130, t > 8280 && t <= 11880},
  {0, t > 11880 && t <= 15480}, {400/180 * t - 34400, t > 15480 && t <= 15660},
  {0, t > 15660 && t <= 15840}, {400/180 * t - 35200, t > 15840 && t <= 16020},
  {1500 - 400/3600 * t - 4495, t > 16020 && t <= 19620}, {0, t > 19620}}];

```

```
Plot[n[t], {t, 0, 20 000}, AxesOrigin -> {0, 0}, PlotRange -> All,
  AxesLabel -> {"t[s]", "n[ot./min]"}, PlotStyle -> Thick]
```



PARAMETRY SPOUSTECE;

```
ClearAll[c, α, reseni, T, Tamb, s, σ, ε, m]
```

```
c = 4180;
```

```
α = 5.39;
```

```
S = 2 * (1.6 * 1.2 + 1.2 * 0.8 + 1.6 * 0.8);
```

```
Tamb = 295;
```

```
σ = 5.670373 * 10-8;
```

```
ε = 0.4;
```

```
m = 1350;
```

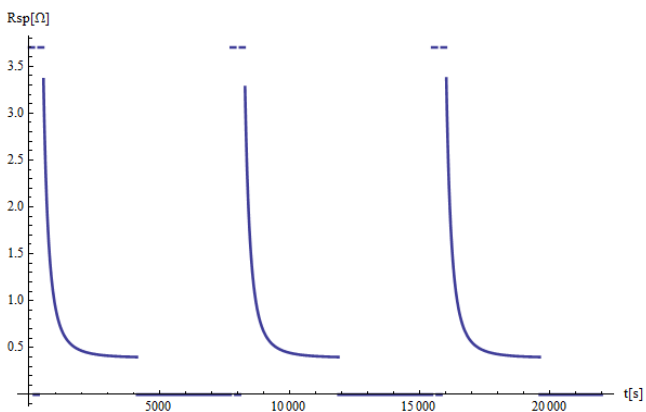
```
RspMax = 3.7;
```

```
RspMin = 0.4;
```

CASOVY PRUBEH ZARAZENE HODNOTY ODPORU;

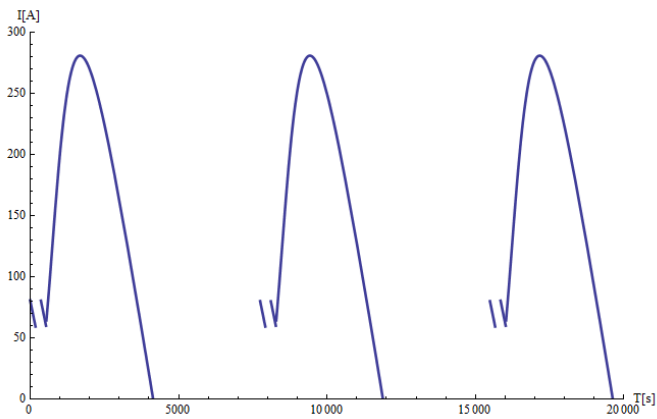
```
Rsp[t_] := Piecewise[{{RspMax, t >= 0 && t <= 180}, {0, t > 180 && t <= 360}, {RspMax, t >= 360 && t <= 540},
  {0.38962676831250614` +  $\frac{1.3916019645157042`*^8}{t^{2.8}}$ , t > 540 && t <= 4140}, {0, t > 4140 && t <= 7740},
  {RspMax, t > 7740 && t <= 7920}, {0, t > 7920 && t <= 8100}, {RspMax, t > 8100 && t <= 8280},
  {0.38962676831250614` +  $\frac{1.3916019645157042`*^8}{(t - 7740)^{2.8}}$ , t > 8280 && t <= 11880}, {0, t > 11880 && t <= 15480},
  {RspMax, t > 15480 && t <= 15660}, {0, t > 15660 && t <= 15840}, {RspMax, t > 15840 && t <= 16020},
  {0.38962676831250614` +  $\frac{1.3916019645157042`*^8}{(t - 15480)^{2.8}}$ , t > 16020 && t <= 19620}, {0, t > 19620}}, {t, 0, 4400}]
```

```
Plot[Rsp[t], {t, 0, 22 000}, AxesOrigin -> {0, 0}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"t[s]", "Rsp[Ω]"}, PlotStyle -> Thick]
```



CASOVY PRUBEH ROTOROVEHO PROUDU VE SPOUSTECI;

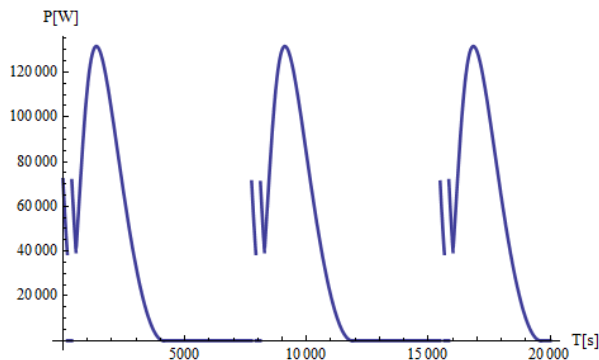
```
Plot[i2[n[t], Rsp[t]], {t, 0, 20000}, AxesLabel -> {"T[s]", "I[A]"}, PlotRange -> {{0, 20000}, {0, 300}}, PlotStyle -> Thick]
```



CASOVY PRUBEH MARENEHO VYKONU;

```
vykon[t_] := 3 * (i2[n[t], Rsp[t]])^2 * Rsp[t];
```

```
Plot[vykon[t], {t, 0, 20000}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"T[s]", "P[W]"}, PlotStyle -> Thick]
```



ZMARENA ENERGIE;

```
W = NIntegrate[vykon[t], {t, 0, 5000}]
```

2.57521×10^6

FOURIER KIRCHHOFFOVA ROVNICE;

```
Clear[t]
```

```
FK := m * c * T'[t] == vykon[t] - (alpha * S * (T[t] - Tamb) + S * epsilon * sigma * ((T[t])^4 - Tamb^4))
```

```
reseni = NDSolve[{FK, T[0] == Tamb}, T[t], {t, 1, 7000}];
```

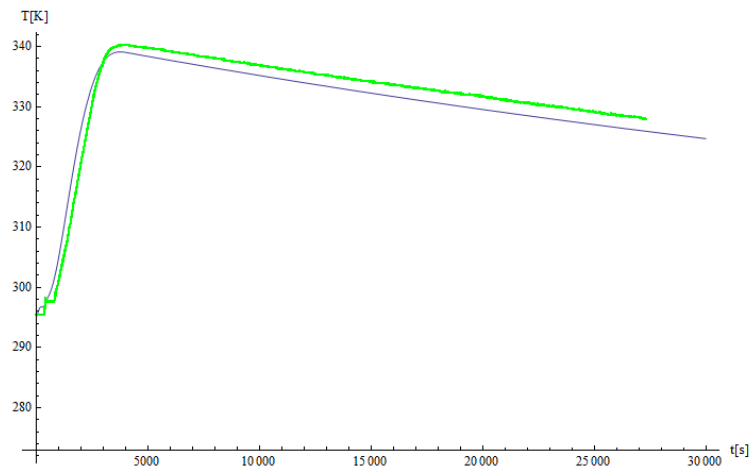
TEPLOTA ROZTOKU Z MERENI;

```
SetDirectory[NotebookDirectory[]];
```

```
data = Import["najezd.xls"][[1]];
```

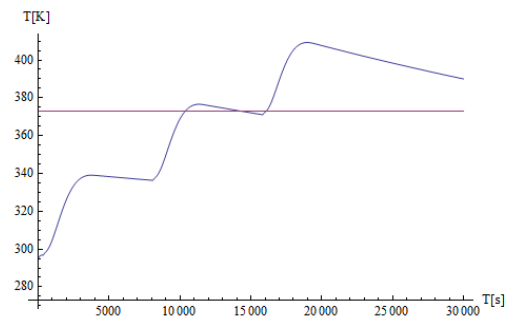
TEPLOTA ROZTOKU PODLE MODELU;

```
Show[Plot[{Evaluate[T[t] /. reseni]}, {t, 0, 30 000}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"t[s]", "T[K]"}, PlotStyle -> Thick},  
  AxesOrigin -> {0, 273}], ListPlot[data, PlotStyle -> {Green, PointSize[0.002]}]]
```



TEPLOTA ROZTOKU;

```
Plot[{Evaluate[T[t] /. reseni], 373}, {t, 0, 30 000}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"t[s]", "T[K]"}, AxesOrigin -> {0, 273}]
```



PŘÍLOHA Č. 5 - VÝPOČET TEPLOTNÍHO MODELU NOVÉHO SPOUŠTĚČE V PROGRAMU WOLFRAM MATHEMATICA

Pozn.: úvodní část souboru je totožná s teplotním modelem stávajícího spouštěče v příloze 4.

PARAMETRY SPOUSTEČE;

```
ClearAll[c, α, reseni, T, Tamb, s, σ, ε, m]
```

```
c = 4180;
```

```
α[t_] := 3.9;
```

```
S = 4 * (2.5 * 1.6 + 1.2 * 1.6 + 2.5 * 1.2)
```

```
Tamb = 273 + 30;
```

```
σ = 5.670373 * 10-8;
```

```
ε = 0.4;
```

```
m = 4500;
```

```
RspMax = 3.7;
```

```
RspMin = 0.4;
```

FOURIER KIRCHHOFFOVA ROVNICE;

```
Clear[t]
```

```
FK := m * c * T'[t] = vykon[t] - (α[t] * S * (T[t] - Tamb) + S * ε * σ * ((T[t])4 - Tamb4))
```

```
reseni = NDSolve[{FK, T[0] = Tamb}, T[t], {t, 1, 30000}];
```

TEPLOTA ROZTOKU;

```
Plot[{Evaluate[T[t] /. reseni], 273 + 57}, {t, 0, 30000}, PlotRange → All,  
  AxesLabel → {"T[s]", "T[K]"}, AxesOrigin → {0, 273}]
```

